



Mesure de la distribution du champ en chambre réverbérante par la théorie des perturbations : application à l'étude des directions d'arrivée

Mohamed M'Madi Nasserline

► To cite this version:

Mohamed M'Madi Nasserline. Mesure de la distribution du champ en chambre réverbérante par la théorie des perturbations : application à l'étude des directions d'arrivée. Electronique. Université Paris-Est, 2015. Français. <NNT : 2015PESC1026>. <tel-01285952>

HAL Id: tel-01285952

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01285952>

Submitted on 10 Mar 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS-EST MARNE-LA-VALLÉE

ÉCOLE DOCTORALE
MATHÉMATIQUES ET STIC

THÈSE de doctorat

Spécialité: *Électronique, optronique et systèmes*

Mohamed Mmadi NASSERDINE

MESURE DE LA DISTRIBUTION DU CHAMP EN CHAMBRE
RÉVERBÉRANTE PAR LA THÉORIE DES PERTURBATIONS
- APPLICATION À L'ÉTUDE DES DIRECTIONS D'ARRIVÉE -



Thèse dirigée par ELODIE RICHALOT

Soutenue le 25/09/2015

Jury:

<i>Rapporteur</i>	Alain REINEIX	- Directeur de Recherche CNRS, Université de Limoges, XLIM, OSA, Limoges
<i>Rapporteur et président du jury:</i>	Pierre BONNET	- Professeur des Universités Université Blaise Pascal
<i>Directeur:</i>	Elodie RICHALOT	- Professeur des universités, Université Paris-Est Marne-la-vallée
<i>Examineur:</i>	Stéphanie MENGUÉ	- Maître de conférences Université Paris-Est Marne-la-vallée

Résumé :

Ce travail porte sur les techniques de mesure des champs en cavité électromagnétique et plus précisément en chambre réverbérante. En raison de la perturbation induite sur la distribution du champ au sein d'une cavité résonante par la présence d'un objet, les techniques de mesure de champ classiques utilisant une antenne souffrent d'une précision limitée. Par conséquent, nous proposons une nouvelle technique de mesure de la distribution du champ électrique basée sur la théorie des perturbations. Elle consiste à mesurer les variations de la fréquence de résonance de la cavité pour chaque position de l'élément perturbateur introduit dans la cavité, puis à en déduire la variation de l'amplitude du champ électrique. Le choix de la forme de l'objet perturbateur, de ses dimensions et de son matériau constitutif est effectué à partir des résultats des simulations et des mesures dans un cas canonique, de façon à adapter le banc de mesure au cas étudié. Cette technique de mesure est ensuite appliquée avec succès au cas d'une chambre réverbérante équipée d'un brasseur de modes, ainsi qu'à des mesures de champ à l'intérieur d'un boîtier inséré dans la cavité. Cette approche a permis, via un post-traitement basé sur l'utilisation de l'algorithme *MUSIC*, de déterminer avec une grande précision les directions d'arrivée des champs dans la chambre réverbérante.

Mots clés : *Chambre réverbérante, fréquence de résonance, Mesure de Champ, Théorie des perturbations, Directions d'arrivée.*

Abstract :

This work deals with field measurement techniques in large electromagnetic enclosures namely reverberation chambers. Due to the perturbation of the field distribution within a resonant cavity due to the presence of an introduced object, conventional field measurement techniques employing an antenna suffer from a limited accuracy. Therefore we propose a new measurement technique of the electric field distribution based on the perturbation theory; it consists of a measure of the cavity resonant frequency variation when displacing a small perturbing object within the cavity, and leads to the electric field distribution. The choice of the perturbing object shape, dimension and material is discussed with the help of simulation and measurement results in a canonical case in order to adapt the measurement setup to the studied case. This technique is then successfully employed in a reverberation chamber equipped with a mode stirrer, as well as to measure the field within a metallic box placed in the cavity. Using a post-processing based on MUSIC algorithm, this approach has permitted to determine accurately the field directions-of-arrival in the reverberation chamber.

Keywords : *Reverberation chamber, Resonant frequency, Field measurement, Perturbation theory, Directions-of-arrival.*

Table des matières

Table des matières	1
Dédicace	5
Remerciements	7
Introduction générale	9
1 Mesures en chambre réverbérante	11
1.1 Introduction	12
1.2 Chambre réverbérante à brassage de modes	12
1.2.1 Applications	15
1.2.2 Cavity parallélépipédique	17
1.3 Cavity utilisée pour les mesures	23
1.3.1 Présentation de la chambre réverbérante	24
1.3.2 Présentation de la méthode de mesure	24
1.3.3 Méthode de simulation	25
1.4 Utilisation d'une antenne de mesure ou d'une sonde	29
1.4.1 Difficultés de mesure	29
1.4.2 Cas de mesures avec une antenne filaire	30
1.4.3 Cas de mesures avec une sonde	38
1.5 Conclusion	44
2 Méthode perturbative pour la mesure du champ	47
2.1 Introduction	48
2.2 Formalisme	49
2.3 Théorie perturbative appliquée à une cavity résonante	52
2.4 Perturbateur sphérique	56
2.4.1 Calcul des moments dipolaires	56

2.4.2	Décalage fréquentiel	60
2.5	Perturbateur cylindrique	63
2.5.1	Calcul des moments dipolaires	63
2.5.2	Décalage fréquentiel	73
2.6	Domaines d'application des mesures perturbatives en cavité résonante	75
2.7	Études paramétriques par simulations	75
2.7.1	Cavité étudiée	75
2.7.2	Étude avec un perturbateur sphérique	76
2.7.3	Étude avec un perturbateur cylindrique	78
2.8	Conclusion	82
3	Mesure de champ en chambre réverbérante par la méthode perturbative	83
3.1	Introduction	85
3.2	Dispositif de mesure	86
3.2.1	Antenne de mesure	87
3.2.2	Calibrage	87
3.3	Mesures avec un perturbateur sphérique.	87
3.3.1	Mode à une seule composante mesuré avec une sphère métallique.	87
3.3.2	Mode à une composante mesuré avec une sphère diélectrique	96
3.3.3	Modes à plus d'une composante	102
3.4	Mesures avec un perturbateur cylindrique métallique	107
3.4.1	Mode TE_{021}	107
3.4.2	Mode TE_{061}	109
3.4.3	Mode TEM_{111}	110
3.4.4	Mode TEM_{121}	111
3.4.5	Mesures avec brasseur de modes	112
3.4.6	Mesures avec une boîte métallique munie d'ouvertures dans la cavité parallélépipédique	114
3.5	Extraction de l'amplitude maximale du champ mesuré par perturbation	116
3.6	Limitations et perspectives de développement	121
3.6.1	Précision des mesures	121
3.6.2	Recouvrement modal	122
3.7	Conclusion	125
4	Détermination des directions d'arrivée en milieu multi-trajets	127
4.1	Introduction	128
4.2	Analogie entre milieu <i>indoor</i> et chambre réverbérante à brassage de modes	128
4.3	Détermination des directions d'arrivée	128
4.3.1	Principe de l'algorithme MUSIC	129
4.3.2	Mesures en chambre anéchoïde	134
4.3.3	Erreur minimale d'estimation de direction d'arrivée : Borne de Cramer-Rao (BRC)	140

4.4	Directions d'arrivée en chambre réverbérante	145
4.4.1	Domaine d'application de la méthode	145
4.4.2	Étude théorique des directions d'arrivée	145
4.4.3	Étude de la cavité vide	146
4.4.4	Étude avec brasseur	152
4.5	Conclusion	157
5	Conclusion générale	159
5.1	Travail réalisé	160
5.2	Perspectives :	162
	Liste des symboles et abréviations	165
A		169
A.1	Modes propres dans une cavité rectangulaire	169
B		173
B.1	Perturbation	173
B.2	Approximation du premier ordre	174
C		177
C.1	Algorithme Multi Signal Classification (MUSIC) et Root-Music	177
C.1.1	MUSIC	177
C.1.2	Root-MUSIC	178
C.2	Lissage spatial	179
D		181
D.1	Extraction des paramètres S : <i>Deembedding</i>	181
E		183
E.1	Observation du recouvrement entre modes voisins dû à la perturbation par une antenne dipôle.	183
	Table des figures	185
	Liste des tableaux	193
	Bibliographie	195

Dédicace

A mes enfants Khaïam et Ayman pour la joie de vivre qu'ils m'apportent au quotidien.

A ma mère Mariama AMIR, paix à ton âme !

A ma mère

"...Ô toi ma mère, je pense à toi...

...Toi qui me portas sur le dos,

Toi qui m'allaitas, toi qui gouvernas mes premiers pas,

Toi qui la première m'ouvris les yeux aux prodiges de la terre,

Je pense à toi...

...Toi qui essuyas mes larmes,

Toi qui me réjouissais le cœur,

Toi qui, patiemment, supportais mes caprices,

Comme j'aimerais encore être près de toi,

Être enfant près de toi !

Femme simple, femme de la résignation,

Ô toi ma mère, je pense à toi.

...Ma pensée toujours se tourne vers toi,

La tienne à chaque pas m'accompagne,

...Comme j'aimerais encore être dans ta chaleur,

Être enfant près de toi...

...Ô toi ma mère,

Merci, merci pour tout ce que tu fis pour moi,

Ton fils si loin, si près de toi..."

C. LAY

Remerciements

N'étant pas un grand communicant, je vais essayer de faire un minimum d'effort pour un hommage mérité à ceux et celles qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à ce travail. Une pensée particulière à tous les membres du laboratoire *ESYCOM* pour les échanges incontestablement fructueuses et constructives que nous avons eus durant ces années de travail.

Ces remerciements s'adressent à Madame Elodie RICHALOT, professeur des universités à l'UPEM pour m'avoir encadré et encouragé l'achèvement de ce travail. Je tiens surtout à rendre hommage à son dévouement et à la patience dont elle a fait preuve à mon égard.

J'exprime ma reconnaissance à Madame Stéphanie MENGUE, enseignant à l'UPEM, pour son soutien et toute la confiance qu'elle a pu témoigner. Je me souviendrai toujours des nombreuses fois où elle me portait main fort, tout comme Madame RICHALOT, durant les pénibles, longues et délicates mesures.

Je suis honoré de compter Monsieur Alain REINEX, directeur de recherche CNRS et professeur à l'université de Limoges, parmi les membres du jury. Je lui remercie pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail et ses remarques intéressantes.

Je tiens à remercier Monsieur Pierre BONNET, professeur des universités, chercheur au CNRS à l'Institut PASCAL et professeur à l'université Blaise PASCAL, de m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider ce jury.

Mes remerciements s'adressent aussi à mes amis et à ma famille, surtout à mon père Mohamed MMADI et à mes sœurs (Moina Ndrouda, Mardjane, Nassabia, Anrifina, Nadioiti, Naida et Noufa) sans oublier leurs maris respectifs, en particulier Mohamed Solihi, Achraf et Mohamed.

Mes remerciements s'adressent aussi à mes tantes Binti et Moinaécha pour l'amour qu'elles m'ont apporté depuis mon enfance. Je n'oublierai pas aussi mes frères Soulé, Madjlisse, Fahar, Assaf, Ali Saandi, Nourdine, A. Modra, Hamidou MBAE et Nassufdine pour les moments que l'ont a passés ensemble durant notre enfance.

Pour finir, je voudrais remercier ma femme Hayat, sans oublier ses parents, pour son soutien inconditionnel et le réconfort qu'elle a su m'apporter durant ces longues années de travail.

Introduction générale

Les chambres réverbérantes sont des cavités électromagnétiques résonantes offrant un large panel d'applications, notamment la réalisation de tests de compatibilité électromagnétique et l'émulation de canaux de propagation. Pour la première de ces applications, des mesures de champs dans la cavité sont nécessaires pour vérifier que les conditions requises sur leur distribution sont vérifiées. Dans la seconde application, les propriétés du canal de propagation peuvent être déterminées notamment à partir de la distribution des champs ou des directions d'arrivée des ondes.

Nous nous intéresserons dans ce travail à la mesure précise des champs et des directions d'arrivée des ondes dans une chambre réverbérante.

Une des grandes difficultés qui se posent dans une étude visant à quantifier des grandeurs physiques est la précision des outils utilisés pour les observer. Dans le domaine de l'électromagnétisme, ou généralement en électronique, la méthode de mesure et les appareils utilisés constituent la clé principale de la précision et de la fiabilité des résultats.

Le choix de la méthode de mesure et des appareils de mesure conditionne donc la qualité des résultats obtenus.

L'élément principal pour les mesures en électromagnétisme est l'antenne de mesure qui sert d'élément d'observation du champ électromagnétique. Cette dernière doit répondre à des besoins précis dans divers champs d'applications. Au fil des années, l'antenne a évolué du simple fil rayonnant vers des antennes dites intelligentes.

Aujourd'hui, les antennes sont de plus en plus petites et les sondes de champ permettent d'atteindre une très bonne précision.

Il existe toutefois une difficulté spécifique aux mesures de champ dans un milieu confiné, en l'occurrence dans une chambre réverbérante, liée au fait que, comme nous le montrerons dans ce mémoire, la présence du capteur de mesure qui n'est autre que l'antenne, constitue un élément perturbateur pour le champ à l'intérieur de la chambre.

Ainsi, pour répondre à des besoins de mesures de champ en chambre réverbérante à la fois

peu couteuses et plus précises, nous proposons dans ce travail une méthode de mesure alternative basée sur une théorie mathématique dite *théorie des perturbations*. Dans notre champ d'application, nous allons perturber les grandeurs à mesurer, à savoir les fréquences de résonance de la cavité, et les perturbations se feront par le biais de l'introduction d'un petit objet perturbateur de forme sphérique ou cylindrique.

- Au premier chapitre, nous allons d'abord introduire l'environnement de mesure et ses divers domaines d'application. Cette introduction présentera un bref état de l'art des chambres réverbérantes accompagné d'une étude caractérisant la chambre sur le plan électromagnétique, à l'aide de notions telles que le coefficient de qualité, les modes propres et les fréquences propres.

En second lieu, nous allons mettre en évidence le caractère perturbateur de l'antenne de mesure par le biais de simulations et de mesures. Nous considérerons l'utilisation d'une antenne filaire et d'une sonde de champ constituée de six petites antennes monopoles.

- Dans le deuxième chapitre, nous allons introduire la théorie des perturbations et certains de ses domaines d'application. Nous verrons son processus d'application au sens mathématique afin de permettre la compréhension de son utilisation dans le cadre de cette thèse.

Nous déterminerons par ailleurs les équations mathématiques reliant les grandeurs électromagnétiques aux paramètres liés à la mesure.

- Le troisième chapitre est dédié à la mise en application de la méthode de mesure vue au chapitre deux. Nous allons mesurer le champ à partir du décalage de fréquence causé par la présence de l'élément perturbateur. Nous étudierons l'influence de la forme, la taille et la nature du perturbateur sur le champ mesuré. Enfin, nous présenterons une mesure de champ dans une cavité munie d'un brasseur de modes, ainsi qu'en introduisant dans la cavité résonante un boîtier métallique muni d'ouvertures.

- Le chapitre 4 présentera une application de notre méthode consistant à déterminer les directions d'arrivée du champ dans la cavité à partir du champ mesuré par perturbation. Nos résultats seront validés en comparant les directions d'arrivée du champ théorique (pour une chambre vide) ou issu des simulations à celles du champ mesuré. Nous verrons alors l'importance de la précision des mesures de champ pour obtenir une bonne correspondance entre les directions d'arrivée mesurées et celles trouvées analytiquement ou numériquement.

Chapitre

1

Mesures en chambre réverbérante

Contents

1.1	Introduction	10
1.2	Chambre réverbérante à brassage de modes	10
1.2.1	Applications	13
1.2.2	Cavité parallélépipédique	15
1.3	Cavité utilisée pour les mesures	21
1.3.1	Présentation de la chambre réverbérante	21
1.3.2	Présentation de la méthode de mesure	23
1.3.3	Méthode de simulation	24
1.4	Utilisation d'une antenne de mesure ou d'une sonde	27
1.4.1	Difficultés de mesure	27
1.4.2	Cas de mesures avec une antenne filaire	28
1.4.3	Cas de mesures avec une sonde	36
1.5	Conclusion	42

1.1 Introduction

Une chambre réverbérante (CR) est une cavité métallique fermée de dimensions supérieures à quelques longueurs d'ondes sur sa gamme fréquentielle d'utilisation [1]. Dans ce chapitre, nous allons commencer par traiter la chambre réverbérante comme une simple cavité électromagnétique afin de mieux montrer les comportements des grandeurs physiques (champ, fréquence, etc...) en son sein.

Nous commencerons par le cas de la chambre idéale sans pertes avant d'aborder le cas réel où les pertes sont prises en compte. Nous verrons en détails les principales applications des chambres réverbérantes avec brassage de modes et comment elles sont utilisées. Nous présenterons la chambre avec laquelle les mesures ont été effectuées au cours de cette thèse, ainsi que les méthodes de simulation utilisées.

1.2 Chambre réverbérante à brassage de modes

Le brassage mécanique de modes a pour but de désordonner la répartition du champ dans une CR surdimensionnée, ce dernier terme signifiant que la longueur d'onde est très faible par rapport à la petite dimension de la CR. Cette technique peut être réalisée par deux méthodes différentes, à savoir l'utilisation d'un brasseur de modes ou la déformation des parois de la cavité.

Brasseur de modes

Dans une cavité électromagnétique parfaite, le champ électromagnétique est stationnaire. L'introduction d'un objet rotatif de forme quelconque (généralement une pale métallique) dans une chambre réverbérante modifie la géométrie interne de la chambre et crée ainsi, à chaque position de cet objet, une nouvelle répartition du champ électromagnétique.

Pour perturber efficacement le champ, le brasseur doit être de dimensions supérieures à la longueur d'onde de travail [1].

La densité des modes est plus importante en hautes fréquences. Grâce au recouvrement modal, les critères d'homogénéité et d'isotropie du champ requises sont alors mieux respectées.

La fréquence minimale d'utilisation est définie comme la fréquence minimale à partir de laquelle les critères d'homogénéité et d'isotropie des champs dans la cavité sont atteints [2, 3]. Les critères à respecter sont indiqués dans la norme IEC 61000-4-21 [4] relative aux chambres réverbérantes. Une valeur approchée de cette fréquence minimale y est indiquée comme étant $3f_{min}$, où la fréquence f_{min} correspond à la fréquence de résonance du premier mode (mode fondamental) de la CR.

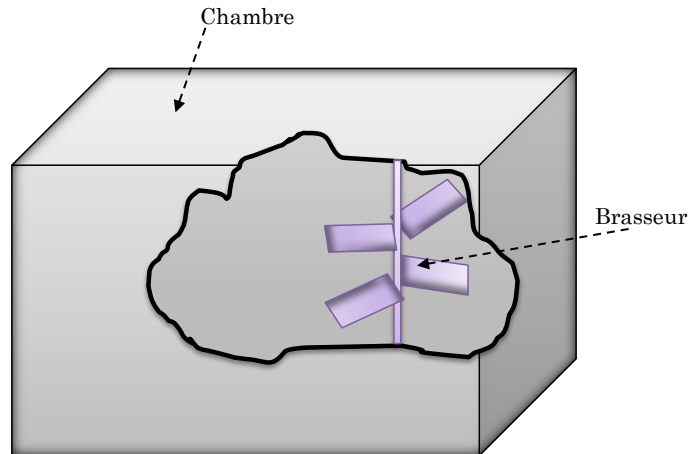


Figure 1.1 – Chambre réverbérante à brassage de modes (CRBM)

Brassage par déformation des parois

Ce type de brassage est moins coûteux mais nécessite une attention particulière pour sa mise en place car, contrairement au cas de métal plus rigide, il s'agit d'un tissu métallique souple. Le procédé consiste à couvrir l'environnement de mesure par une bâche en aluminium (tente en aluminium) ou toile métallisée et à se procurer un ou plusieurs ventilateurs pour souffler sur les cotés depuis l'extérieur. Ce type de chambre présente l'avantage d'être facilement transportable. Cette facilité permet de faire des tests d'immunité d'une partie d'un appareil comme le bout d'un avion (Cockpit) de chasse [5]. Nous montrons une image illustrative de ce type de test en figure 1.2.



Figure 1.2 – CR en toile métallisée pour test d'immunité du cockpit [5].

Pour montrer l'effet du recouvrement modal, c'est-à-dire de l'excitation simultanée de plusieurs modes, nous allons présenter la distribution des champs résultants de la somme de plusieurs modes de types TE_{0np} dans une cavité parallélépipédique. Nous prendrons la même amplitude pour chacun des modes.

La figure 1.3 montre la distribution spatiale du champ électrique dans un plan perpendiculaire à l'axe (ox) selon le nombre de modes TE_{0np} . On observe une amélioration de l'uniformité de la distribution spatiale du champ avec l'augmentation du nombre de modes.

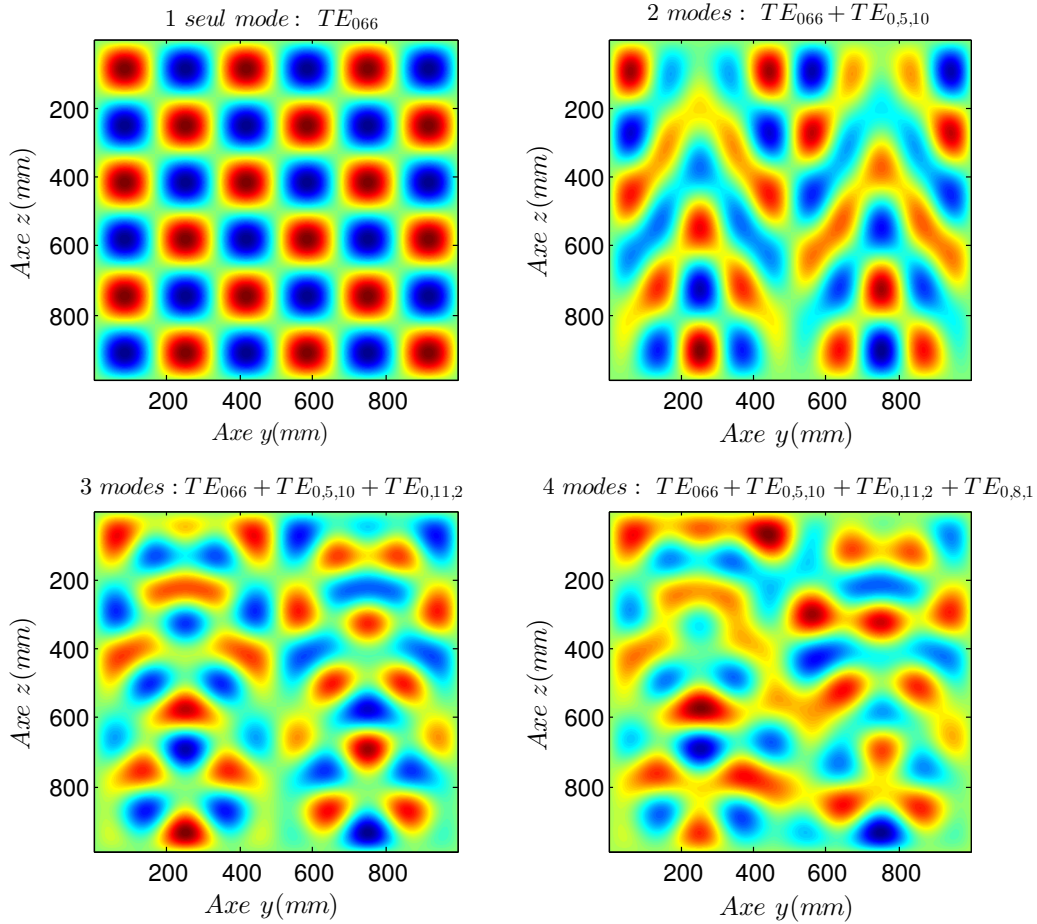


Figure 1.3 – Distribution spatiale du champ dans le plan (xOy) d'une cavité parallélépipédique en fonction du nombre de modes

Étant donnée la forte densité des modes en hautes fréquences, un recouvrement des modes de résonance se produit. L'ajout d'une pale métallique rotative ou l'utilisation d'une chambre avec des parois mobiles permet alors d'obtenir une uniformité statistique des amplitudes du champ.

Cette propriété d'uniformité est utilisée en compatibilité électromagnétique (CEM) pour les tests d'appareils électriques. D'autres types d'utilisation de la chambre réverbérante se rencontrent également ; nous parlerons dans la suite de deux familles d'applications de la chambre réverbérante : comme environnement de tests et mesures en CEM, et comme environnement de modélisation d'un canal radio.

1.2.1 Applications

1.2.1.1 Environnement de tests et mesures en CEM

Les chambres réverbérantes ont été initialement utilisées pour les tests d'interférences et de compatibilité électromagnétiques effectués à l'aide de champs forts [6].

La CEM a pour rôle de veiller à la bonne cohabitation des dispositifs électroniques alimentés par divers niveaux de courant (fort et faible). Ces dispositifs, durant leur fonctionnement, peuvent émettre des rayonnements susceptibles de nuire au bon fonctionnement des appareils environnants. La raison d'être de la CEM est donc l'étude des interférences engendrées et les moyens de s'en affranchir, notamment par la création d'une réglementation qui permet à chaque appareil de fonctionner dans des environnements électroniques sans créer ou subir de rayonnements perturbants.

Les CR sont actuellement utilisées pour une large gamme d'applications dans le domaine des mesures pour déterminer :

- l'immunité des composants et systèmes électroniques exposés à des rayonnements électromagnétiques [7] ; la réverbération des ondes à l'intérieur de la CR rend uniforme la distribution du champ [8] et expose l'objet sous test à des ondes électromagnétiques provenant d'un grand nombre de directions. Ceci permet de tester la résistance de l'objet face aux rayonnements environnants lors de son usage.
- les émissions rayonnées ;
- les caractérisations des blindages des câbles, des connecteurs et des matériaux [9] ;
- l'efficacité d'une antenne [10] ;
- l'étalonnage d'une sonde ;
- la caractérisation des propriétés des matériaux ;
- les propriétés d'absorption et de chauffage des matériaux [11] ;
- les effets biologiques et biomédicaux. Beaucoup de travaux de recherches sont menés pour étudier l'impact des rayonnements électromagnétiques sur des sujets biologiques.

Remarque :

La CR à brassage de modes est aussi utilisée couramment non pas dans le domaine de mesure ou de test mais dans un cadre domestique. Il s'agit du four microonde. Cet appareil n'est autre qu'une CR à brassage de mode de faibles dimensions. Le brassage se fait par un brasseur sous forme d'un ventilateur logé hors de la cage de cuisson. Un deuxième homogénéise le champ reçu en un point donné, c'est le plateau tournant sur lequel on pose l'assiette.

1.2.1.2 Environnement de modélisation d'un canal de propagation radio

En plus des applications des chambres réverbérantes précitées, il vient s'en ajouter une autre qui consiste à émuler un canal de propagation radio. Depuis une dizaine d'années, la chambre réverbérante est utilisée comme outil de caractérisation de canaux de propagation radio [12, 13]. La réverbération des ondes électromagnétiques dans la chambre rend aléatoire

la distribution des ondes réfléchies sur les parois et le brasseur. Cette propriété aléatoire du champ électromagnétique est similaire à celle que l'on retrouve dans les milieux de propagation intra-bâtiment (bureau de travail, avion, centre commercial, appartement, etc...) des ondes. Il est donc envisageable de faire une étude statistique sur la distribution des ondes électromagnétiques dans une chambre réverbérante pour émuler un canal de propagation radio électrique. Dans ce cas, l'étude se fait avec des modèles mathématiques sur lesquels il convient de définir certains paramètres statistiques. Il s'agit de voir comment évolue la puissance reçue qui résulte de la superposition des multiples trajets engendrés par les réflexions occasionnées par la présence d'obstacles entre l'émission et la réception du signal radio. Dans un canal radio, l'étude se fait généralement sur le profil de puissance reçue dans le temps ou dans le domaine fréquentiel. Les premières études dans ce domaine sont assez récentes, à l'exemple de [14] en 2008 où l'auteur montre la dépendance des paramètres temporels avec le facteur de qualité de la chambre. La figure 1.4 montre les principaux paramètres étudiés.

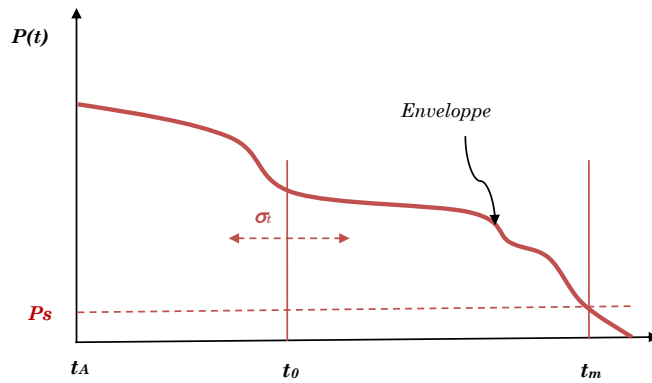


Figure 1.4 – Profil de puissance en fonction des retards des trajets multiples

- t_m retard maximal : il correspond à un niveau seuil de puissance sous lequel on considère que le signal est un bruit.
- t_0 est la moyenne des retards
- σ_t est la dispersion des retards autour de leur valeur moyenne t_0

La variance σ_t des retards est liée à la non-linéarité du canal en fréquence. Plus l'écart entre retards devient important, plus ce paramètre (σ_t) le devient aussi. Ces écarts en retards indiquent que les trajets ne subissent pas les mêmes conditions de propagation, autrement dit, dans le domaine fréquentiel, certaines composantes subissent plus de distorsions que d'autres. On définit ainsi une bande de fréquence dans laquelle la réponse du canal est considérée plate : la bande de cohérence B_c . On comprend bien que si σ_t est grande alors la bande B_c est étroite et inversement. Ces deux paramètres sont donc inversement liés [15, 16, 17].

$$B_c = \frac{1}{5\sigma_t} \quad (1.1)$$

La largeur de la bande du signal à transmettre, qui est liée au débit du signal, doit être

inférieure à B_c . Le taux d'erreurs binaires est alors dépendant du facteur σ_t [13].

L'avantage de l'utilisation de la CR pour émuler un canal radio est la possibilité de la configurer selon les besoins de l'étude et la reproductibilité de divers scénarios. Dans [18], on montre que l'on peut modéliser un canal radio dans les domaines temporel, spatial et fréquentiel à l'aide d'une CR. La mobilité du brasseur, son positionnement et la disposition des antennes permettent de passer d'un modèle de canal à un autre [19], en l'occurrence de type Rice [12]¹ ou Rayleigh². Il est donc possible d'émuler n'importe quel facteur de Rice K dans une CR en modifiant l'orientation (azimutale ou verticale) des antennes et/ou les caractéristiques de la chambre [12]. La reproduction de ces différents scénarios permet d'étudier les performances d'un système dans un canal en vue d'améliorer la fiabilité des systèmes à réaliser.

Une mesure relative à ce type d'application sera présentée au dernier chapitre. Nous chercherons alors à déterminer par la mesure les directions d'arrivée du champ dans la cavité.

1.2.2 Cavité parallélépipédique

Une chambre réverbérante est un environnement formé principalement de six murs métalliques formant un parallélépipède. A ce titre, elle est étudiée comme une cavité électromagnétique. En négligeant l'effet du brasseur de modes, elle peut être considérée, en première approximation, comme une cavité parallélépipédique.

Nous allons ici introduire plusieurs grandeurs caractéristiques auxquelles nous ferons référence dans la suite de notre travail.

1.2.2.1 Énergie électromagnétique dans une cavité idéale

L'énergie électromagnétique dans une cavité vide est définie par la contribution des composantes électriques et magnétiques du champ. Idéalement, la moyenne temporelle de cette énergie est constante si l'on considère qu'il n'y a pas de pertes sur ses parois (cas d'une cavité idéale).

Dans ce cas, il est montré que les deux énergies électrique et magnétique sont égales $W_{pe} = W_{pm}$.

Pour le $n^{\text{ième}}$ mode, les densités moyennes (moyennes temporelles en régime harmonique) d'énergie électrique w_{pe} et magnétique w_{pm} sont définies par [20]

$$w_{ne} = \frac{\varepsilon}{2} \vec{E} \cdot \vec{E}^* \quad (1.2)$$

$$w_{nm} = \frac{\mu}{2} \vec{H} \cdot \vec{H}^* \quad (1.3)$$

1. La distribution de la puissance reçue est dite de type Rice s'il existe un trajet prépondérant par rapport aux autres. Ce cas se présente généralement quand l'émetteur et le récepteur sont en visibilité directe.

2. Il s'agit d'un cas particulier de la distribution de Rice où il n'y a pas de trajet dominant, ce qui traduit la présence d'obstacles entre l'émetteur et le récepteur

1.2.2.2 Cavité avec pertes

Contrairement à une cavité idéale, les cavités électromagnétiques réelles pr esentent des pertes à cause de la conductivité σ des murs qui n'est pas infinie, ainsi qu'en raison des pertes liées à la pr esence d'antennes dans la cavité. Dans les cavités réelles à parois métalliques, la conductivité est très grande mais finie ($\sigma < \infty$).

Alors que dans une cavité idéale les modes ne peuvent s'établir qu'à leur fréquence de résonance, en pr esence de pertes les raies des résonances sont de largeur non nulle, chacune d'elles s'étale sur une bande de fréquences Δf . Ce paramètre permet de définir le facteur de qualité de la CR pour un mode donné. Plus Δf est faible plus le facteur de qualité de la chambre pour le mode considéré est élevé.

Dans une cavité réelle, les modes propres se recouvrent, de sorte qu'il est difficile d'évaluer les propriétés des modes propres [20]. Cependant, pour une grande conductivité, on peut donner une approximation du facteur de qualité Q dont dépendent les éléments propres (champ et fréquence). Dans le paragraphe 1.2.2.4, on montrera la relation entre Q et la résistance de surface des parois qui est inversement proportionnelle à σ .

1.2.2.3 Pertes dans la cavité

Les pertes dans la CR sont généralement dues :

- aux objets présents,
-   la charge de l'antenne de réception,
- aux pertes par effet Joule sur les murs métalliques,
- aux éventuelles ouvertures.

Nous considérons ici le cas où la CR est compl tement fermée et où il n'y a ni antenne de réception ni pr esence d'objet. Il en résulte que les pertes sont uniquement dues aux pertes par effet Joule sur les murs de la CR. Elles sont définies en régime harmonique à partir du vecteur de *Poynting* \vec{S} moyen :

$$\vec{S} = \frac{1}{2} \vec{E} \times \vec{H}^* \quad (1.4)$$

La puissance moyenne dissipée dans les murs de la CR est donnée par l'intégrale de la partie réelle de (1.4), normale à la surface S des parois [20].

$$\begin{aligned}
\langle P \rangle &= \oint\!\!\!\oint_S \Re\{\vec{E} \times \vec{H}^*\} \cdot \vec{n} dS \\
&= \oint\!\!\!\oint_S \Re\{(\vec{n} \times \vec{E}) \cdot \vec{H}^*\} dS
\end{aligned} \tag{1.5}$$

où \vec{n} est la normale à la surface du mur de la CR (figure 1.5).

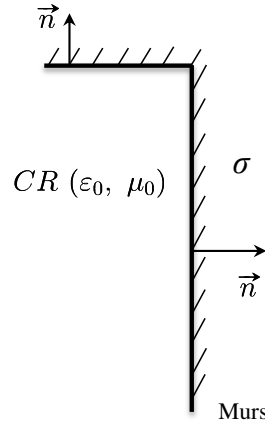


Figure 1.5 – Murs de la CR vide de conductivité σ

On utilise la condition d'impédance surfacique sur les parois :

$$\vec{n} \times \vec{E} = \eta \vec{H} \tag{1.6}$$

sur la surface S , où η est l'impédance de surface complexe dont la partie réelle est

$$\Re\{\eta\} = \sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} \tag{1.7}$$

L'expression (1.5) devient :

$$\langle P \rangle \cong \frac{\Re(\eta)}{2} \oint\!\!\!\oint_S \vec{H} \cdot \vec{H}^* dS \tag{1.8}$$

1.2.2.4 Grandeurs caractéristiques d'une cavité électromagnétique

Les cavités électromagnétiques sont caractérisées par leurs éléments propres qui résultent de la résolution de l'équation de Helmholtz (1.9).

$$\Delta\psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \tag{1.9}$$

avec $\psi = \{E, H\}$ le champ du mode propre considéré.

a) Facteur de qualité Q

Le facteur de qualité reflète le rapport entre les pertes et l'énergie emmagasinée dans la CR pendant un cycle. Il est défini par [21, 22, 23] :

$$Q = \omega \frac{\langle W(\omega) \rangle}{\langle P(\omega) \rangle} \quad (1.10)$$

avec $\langle W(\omega) \rangle$ l'énergie totale moyenne dans la CR et $\langle P(\omega) \rangle$ la puissance moyenne dissipée. Nous considérons ici uniquement la puissance dissipée sur les murs dont l'expression est donnée par (1.8).

Pour les pertes de conduction, le facteur de qualité Q d'un mode est donné par

$$Q_{mnp} = \omega_{mnp} \frac{\iiint_V \vec{H}_{mnp} \cdot \vec{H}_{mnp} dV}{R_s \oint_S \vec{H}_{mnp} \cdot \vec{H}_{mnp} dS} \quad (1.11)$$

où $R_s = \Re(\eta)$.

Les calculs des deux intégrales de (1.11), pour une cavité parallélépipédique de dimensions $W \times L \times H$, donnent, pour les modes Transverse Magnétique et Transverse Electric d'indices $\{m, n, p\}$ [20] :

$$Q_{mnp}^{TM} = k_{mnp} \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon} W L H k_{xy}^2 k_{mnp}}{4R_s (k_x^2 L (W + H) + k_y^2 W (L + H))} \quad (1.12)$$

$$Q_{mnp}^{TE} = k_{mnp}^3 \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon} W . L . H k_{xy}^2 k_{mnp}^3}{4R_s (L H (k_{xy}^4 + k_y^2 k_z^2) + W . H (k_{xy}^4 + k_x^2 k_z^2) + W . L k_{xy}^2 k_z^2)} \quad (1.13)$$

où

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{m\pi}{W} \\ k_y &= \frac{n\pi}{L} \\ k_z &= \frac{p\pi}{H} \\ k_{xy} &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \end{aligned} \quad (1.14)$$

ω est la pulsation du mode excité dans la cavité.

$$\begin{aligned}
k_{mnp} &= \frac{\omega}{c_0} \\
&= \frac{2\pi f}{c_0} \\
&= \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}
\end{aligned} \tag{1.15}$$

et

$\{m, n\} \in \mathbb{N}^2$ et $p \in \mathbb{N}^*$, m et n ne peuvent pas être nuls en même temps.

Ces deux relations (1.12) (1.13) montrent que le facteur de qualité dépend du matériau constituant la CR mais aussi de ses dimensions $W \times L \times H$.

b) Densité de modes

Pour mesurer le champ électromagnétique d'un mode donné dans une chambre réverbérante, on doit parvenir à exciter un seul mode dont la fréquence de résonance correspond à la fréquence de mesure. Cette fréquence de résonance est fonction des dimensions de la CR selon [20, 9, 24]

$$f_{mnp} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{W}\right)^2 + \left(\frac{n}{L}\right)^2 + \left(\frac{p}{H}\right)^2}$$

avec $c = 299792458 \text{ ms}^{-1}$ la vitesse de la lumière dans le vide.

Le tableau 1.1, montre les fréquences de résonance des dix premiers modes normalisés par rapport au premier mode TE_{011} dont la fréquence théorique est égale à 214,135 MHz, pour une cavité de dimensions $W = 785 \text{ mm}$ selon l'axe des x , $L = 985 \text{ mm}$ selon l'axe des y et $H = 995 \text{ mm}$ selon l'axe des z .

m	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
n	1	0	1	1	1	2	0	2	1	2
p	1	1	0	1	2	1	2	0	2	1
f/f_{011}	1	1,136	1,140	1,340	1,576	1,586	1,666	1,678	1,811	1,819

Tableau 1.1 – Fréquences de résonance des dix premiers modes propres de la CR normalisées par la fréquence du premier mode (TE_{011})

La connaissance de la densité modale est dans notre cas importante puisque notre capacité à n'exciter qu'un unique mode afin de mesurer la distribution de son champ en dépendra. Dans [20, 8] on estime que le nombre moyen de modes N_f contenus dans la bande de fréquence en dessous de la fréquence f est

$$N_f = \frac{8\pi W L H}{3c^3} f^3 - \frac{W + L + H}{c} f + \frac{1}{2} \quad (1.16)$$

On en déduit la densité de modes D_f

$$D_f = \frac{N_f}{df} = \frac{8\pi W L H}{c^3} f^2 - \frac{W + L + H}{c} \quad (1.17)$$

En hautes fréquences, D_f est asymptotiquement égale à [22, 8]

$$D_f = \frac{N_f}{df} = \frac{8\pi W L H}{c^3} f^2 \quad (1.18)$$

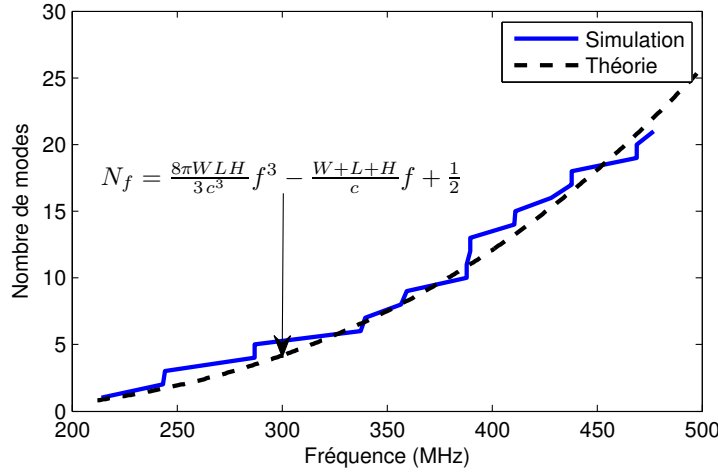


Figure 1.6 – Nombres de modes cumulés obtenus à partir de (1.16) et par simulation sous HFSS pour $W \times L \times H = 0,785 \times 0,985 \times 0,995 \text{ m}^3$.

Les résultats des simulations présentés sur la figure 1.6 montrent bien cette évolution du nombre de modes suivant (1.16) pour les vingt-deux premiers modes. L'évolution de la densité modale a également été observée en mesure ; nous avons mesuré le coefficient de réflexion S_{11} (figure 1.7) de notre cavité (présentée au paragraphe suivant). L'apparition de résonances se traduit par des pics sur l'amplitude du coefficient (réflexion minimale). Nous constatons bien, comme attendu, que plus la fréquence est élevée, plus la répartition des modes devient dense. Ceci constituera une limitation de notre méthode de mesure, dans laquelle l'évolution de la fréquence de résonance d'un mode est suivie, puisqu'il est difficile en hautes fréquences de distinguer les résonances relatives à chaque mode.

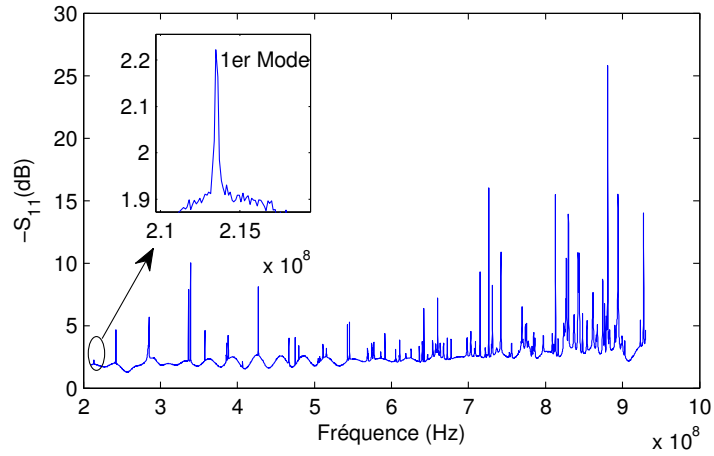


Figure 1.7 – Distribution des résonances observée sur $-S_{11}$.

1.3 Cavity utilisée pour les mesures

La chambre avec laquelle nous avons fait les mesures est une chambre de forme parallélépipédique en aluminium (figure 1.8).

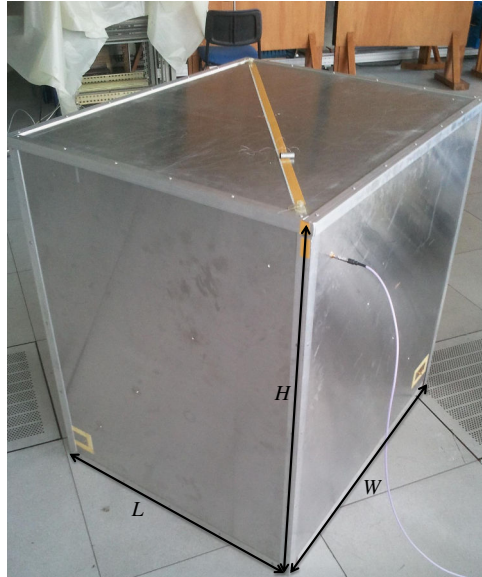


Figure 1.8 – Chambre réverbérante utilisée pour les mesures.

Les mesures sont réalisées sur le paramètre S_{11} . C'est la raison pour laquelle nous n'avons mis qu'une seule antenne dans la CR reliée à l'analyseur de réseau. L'antenne d'excitation utilisée sera présentée au paragraphe 1.4.2.2.

1.3.1 Présentation de la chambre réverbérante

La chambre dans laquelle les mesures ont été faites est celle de la figure 1.8. Elle mesure 785 mm de largeur W , 985mm de longueur L et 995mm de hauteur H . Cette chambre a été construite au laboratoire dans le cadre d'une étude qui visait à vérifier des résultats de simulations. Nous y avons apporté quelques améliorations afin de la rendre plus rigide. Pour plus de rigidité, nous avons ajouté des charnières sur les douze jonctions entre les six faces. L'antenne est placée dans un coin pour l'éloigner de la zone d'observation.

Nous avons tout d'abord mesuré le paramètre S_{11} de la CR entre 210MHz et 1GHz. Dans les mesures que nous allons faire, nous n'observerons qu'une seule fréquence correspondant au mode à étudier. La figure 1.9 montre la répartition des modes en fonction de la fréquence et un zoom montre les deux modes TE_{012} et TE_{021} respectivement cinquième et sixième modes de la CR. On voit que la densité des modes est plus élevée en hautes fréquences ; c'est pourquoi les mesures de champ seront faites sur les premiers modes.

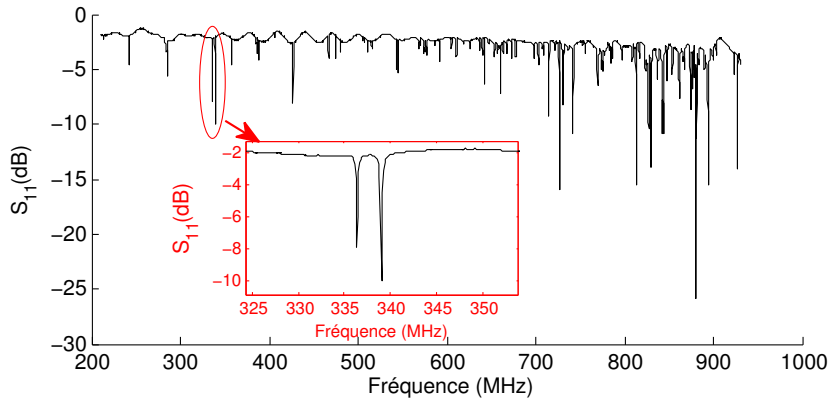


Figure 1.9 – Paramètre S_{11} de la CR mesuré à vide

Pour donner un premier ordre de grandeur de ses caractéristiques, notre chambre présente un coefficient de qualité $Q = 213$ pour le premier mode (TE_{011}), ce qui est assez faible. Nous verrons au troisième chapitre dédié aux mesures comment on calcule ce facteur pour un mode donné.

1.3.2 Présentation de la méthode de mesure

Notre méthode de mesure est fréquentielle. Elle est basée sur la perturbation induite sur un mode par un objet introduit dans la CR. Elle consiste à observer la fréquence de résonance du mode pour différentes positions du perturbateur. Il faut donc constater que cette technique modifie le facteur de qualité puisque la présence de l'objet fait que le facteur de qualité de la CR change, ainsi que la fréquence de résonance. La perturbation des modes par l'introduction d'un objet dans la CR peut être observée sur l'écart entre la fréquence de résonance à vide et avec charge de la CR. On peut aussi observer le changement dans le plan complexe des S_{11} pour la

CR vide et avec perturbateur (figure 1.10). Les mesures sont faites en 6401 points fréquentiels et la plage d'observation fréquentielle est comprise entre 210 et 1GHz.

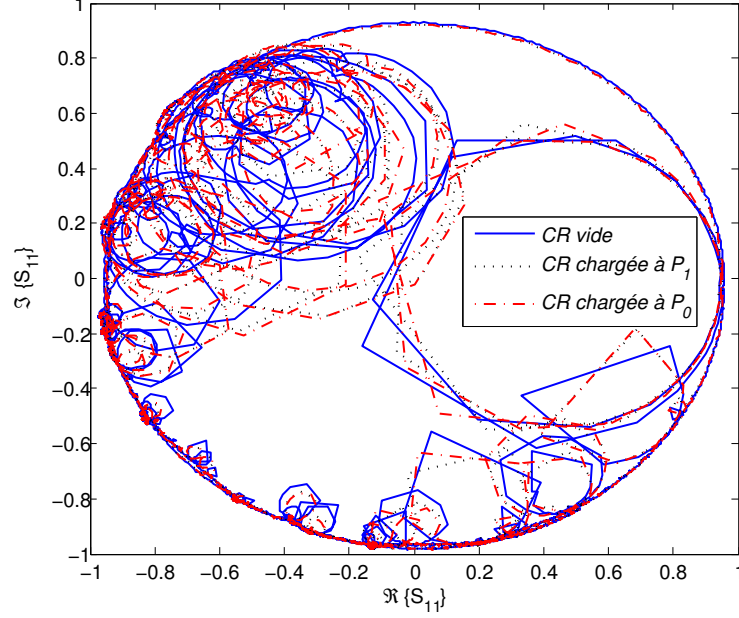


Figure 1.10 – Observation de S_{11} de la CR à vide et avec charge

Les mesures sont faites dans la CR vide et avec une bille en aluminium de diamètre $\phi = 3,8\text{cm}$ placée en P_1 ($x = 0, y = L/2, z = H/6$) et à P_0 ($x = 0, y = L/2, z = 0$) (voir figure 1.11 pour le système de coordonnées). La bande de fréquence sur laquelle nous avons observé le paramètre S_{11} étant large, les résonances sont nombreuses ; elles correspondent aux différentes boucles apparaissant sur cette figure. On constate que le décalage des modes dépend non seulement de la présence de la bille, mais aussi de la position de celle-ci.

1.3.3 Méthode de simulation

Les simulations sont faites avec le logiciel HFSS (High Frequency Structure Simulator) d'Ansoft. La méthode de résolution utilisée est la *méthode des éléments finis fréquentielle*.

1.3.3.1 Symétrisation

Si la géométrie et l'excitation sont symétriques suivant un ou plusieurs plans, ces derniers peuvent être considérés comme des plans de symétrie électrique (champ électrique normal à ce plan) ou magnétique (champ magnétique normal à ce plan). Un plan de symétrie électrique (ou magnétique) est un plan qui peut être remplacé par un mur électrique (ou magnétique) parfaitement conducteur sans changer la distribution du champ. L'utilisation de ces symétries lors de la résolution du problème implique une réduction du nombre d'inconnues. Ainsi, cela aboutit à une diminution du temps de calcul et des ressources mémoires requises. Chaque symétrie réduit

le nombre d'inconnues et les ressources machines nécessaires par rapport au cas de la structure complète. La figure 1.11 montre une symétrisation de la CR dans le cas des modes TE_{0np} polarisés suivant l'axe ox à composante électrique invariante suivant ce même axe [25].

$$E_x(x, y, z) \propto \sin\left(\frac{n\pi}{L}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{H}\left(z - \frac{H}{2}\right)\right) \quad (1.19)$$

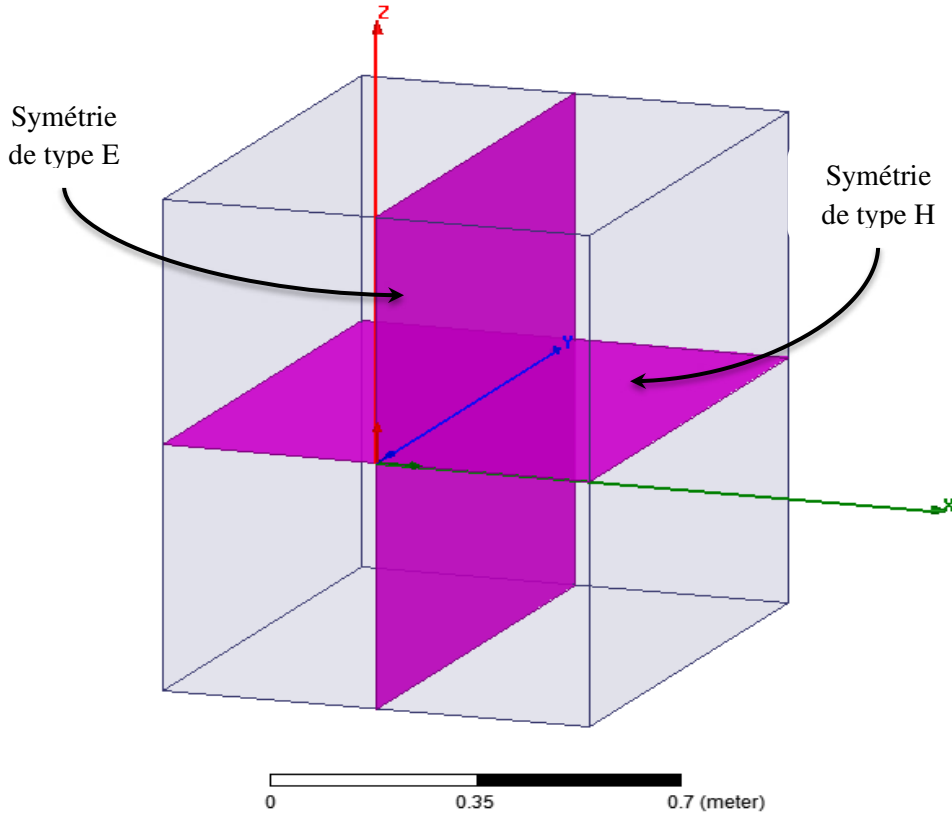


Figure 1.11 – Symétrisation de la CR pour les simulations des modes TE_{0np} : deux plans de symétrie situés à mi-hauteur et mi-largeur de la cavité.

Nous avons choisi le mode TE_{021} à titre d'exemple pour illustrer les deux symétries (figure 1.12).

Dans le cas de simulation à vide sans symétrie, le temps de calcul est de l'ordre de dix min contre six minutes avec symétries et ce dans les mêmes conditions de simulations pour le même mode TE_{021} .

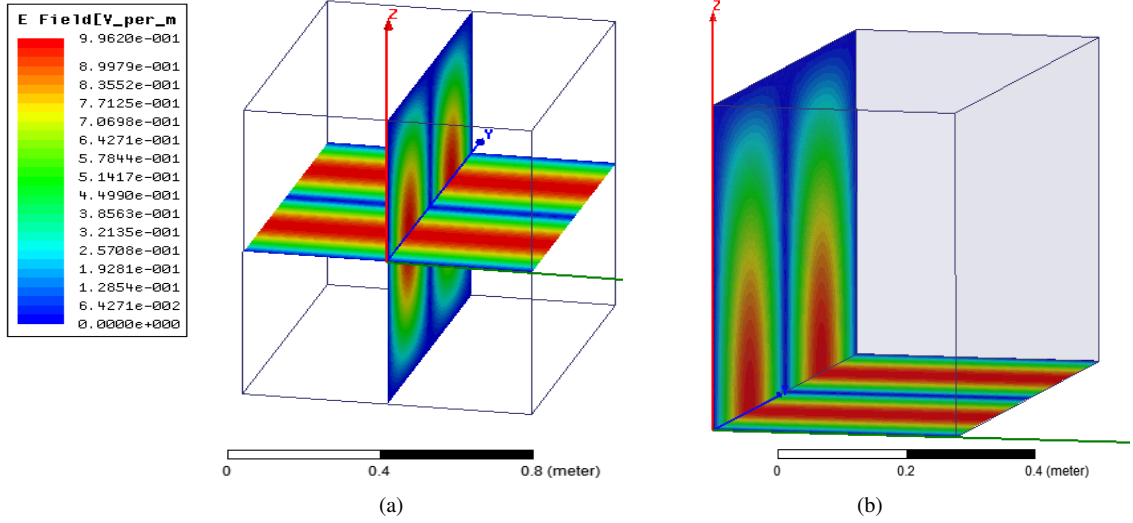


Figure 1.12 – Symétrisation de la CR pour le mode TE_{021} : (a) chambre entière sans symétries et (b) le quart de la chambre avec symétries

1.3.3.2 Simulation de la perturbation du champ induite par le système de mesure.

Système de mesure conventionnel :

La principale contribution de ce travail concerne la mesure du champ dans une chambre réverbérante par le biais de la méthode des perturbations. De façon habituelle, les mesures sont faites avec une sonde ou une antenne qui permet de relever le champ en un point de mesure. Or, la CR comme toute cavité résonante est très sensible à l'introduction d'un objet en son sein [20, 25]. La distribution du champ est en conséquence modifiée en présence de l'objet. Ainsi, l'antenne ou la sonde de mesure perturbe les champs ce qui engendre des erreurs de mesure. L. Arnaut [26] a montré la limitation de la précision des mesures en chambre réverbérante liée à la largeur d'ouverture non nulle de l'antenne ainsi qu'à l'influence de l'antenne elle-même sur le champ. L'effet de la dimension de l'antenne de mesure a également été montré dans [27].

Simulation de la perturbation provoquée par le système de mesure :

Afin de pouvoir comparer nos résultats à des résultats analytiques, nous considérons une cavité de forme parallélépipédique et sans brasseur, de mêmes dimensions que celles décrites précédemment : $W \times L \times H$, respectivement suivant les axes (ox) , (oy) et (oz) (figure 1.13). Ses modes propres et leur fréquence de résonance sont donc analytiquement connus. Nous nous intéressons au mode TE_{061} de fréquence de résonance $f_{061} = 925,4 MHz$.

Afin d'étudier l'influence du système de mesure sur le champ, nous avons introduit un cube métallique de 4cm de coté. Ce cube représente par exemple le circuit électronique de conversion du signal RF mesuré en signal optique, comme dans une sonde de champ. Une antenne monopole quart-d'onde ($\lambda_0/4$) pourrait être placée au-dessus de l'élément cubique. Pour évaluer les perturbations du champ à l'emplacement de l'antenne, nous avons observé le champ électrique

tout au long de la ligne horizontale parallèle à l'axe (oy) , dans le plan (yoz) et à $\lambda_0/8 = 4cm$ au-dessus du cube. Ce dernier est placé en différentes positions en dessous de ligne d'observation, le long de l'axe (oy) . Les variations d'amplitude de la composante E_x sur la ligne d'observation sont montrées sur la figure 1.13-(c). Les simulations sont faites à l'aide du logiciel *HFSS*.

Nous rappelons que, pour le mode TE_{061} de la cavité vide, la courbe de variation du champ électrique sur la ligne d'observation est formée de six arcs identiques (1.20).

$$E_x(x_0, y, z_0) \propto \sin\left(\frac{2\pi}{L}y\right) \quad (1.20)$$

Ces premiers résultats de simulation montrent une influence notable du cube métallique sur la valeur du champ aux emplacements de l'antenne (* sur figure 1.13.b-c). Dans le cas présenté, l'erreur induite par le cube sur l'amplitude du champ électrique sur la ligne d'observation est de l'ordre de 10%.

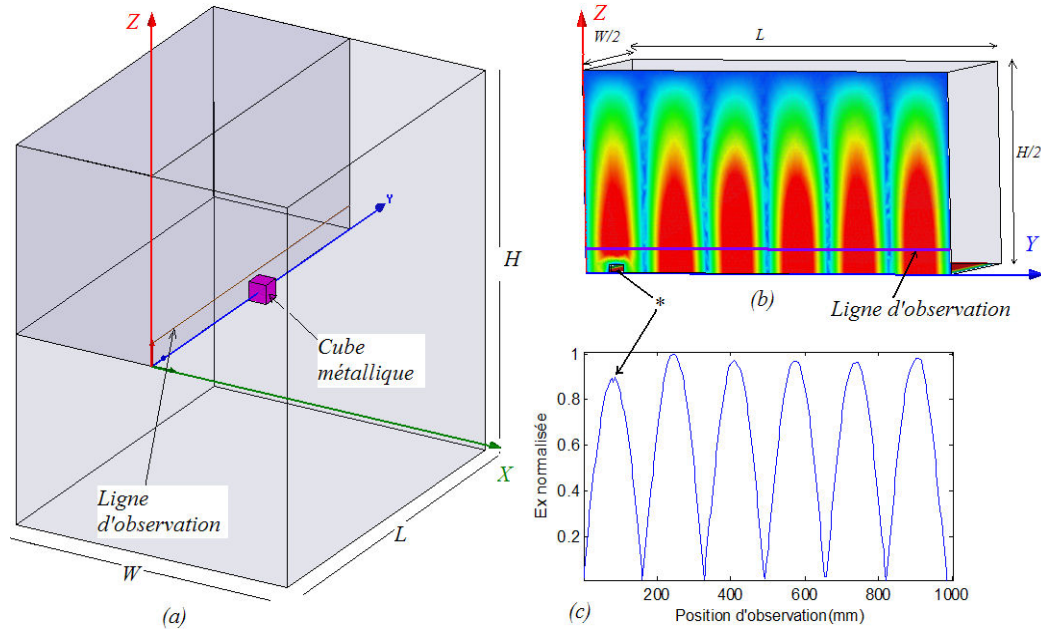


Figure 1.13 – (a) Cavité avec cube métallique, (b) Cartographie de l'amplitude du champ électrique du mode TE_{061} dans le demi-plan $(x = 0, y \geq 0, z \geq 0)$ avec le cube métallique entre $y = 6cm$ et $y = 6,4cm$, (c) E_x sur la ligne d'observation $(x = 0, z = 6cm)$ pour la même position du cube.

Cette erreur est relative à la position d'observation. Plus on s'éloigne de l'objet perturbateur plus l'erreur diminue.

Pour mieux observer la variation de l'erreur selon la position de l'observation, nous allons relever le champ électrique sur différentes lignes d'observation au-dessus du cube. Les lignes sont toutes parallèles à (oy) et dans le plan (yoz) .

Comme nous l'avons vu sur la figure 1.12.a, le champ électrique est théoriquement invariant suivant la variable x . De ce fait, les variations entre lignes d'observation sont dues à la présence du cube. Nous avons observé le champ électrique sur trois lignes, placées aux distances

$\lambda_0/8$, $2\lambda_0/8$, $4\lambda_0/8$ du cube métallique. Sur la figure 1.14 on voit que, contrairement au cas précédent où l'on observait une arche de plus faible amplitude au niveau du cube par rapport aux autres, le champ est plus grand à côté du perturbateur. En s'éloignant de ce dernier tout en restant dans le même plan (oxy) suivant l'axe (ox), l'amplitude du champ au-dessus du cube diminue pour atteindre le même niveau que sur les autres lobes.

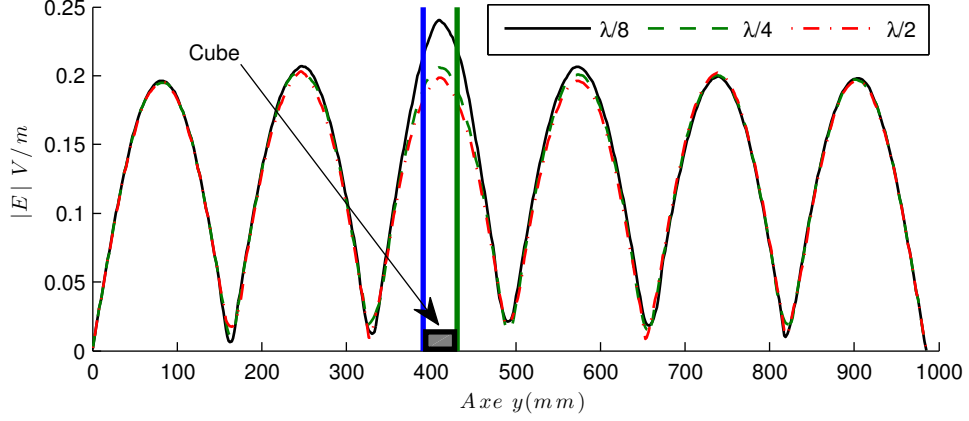


Figure 1.14 – Champs électriques observés sur trois lignes horizontales, à des distances du cube multiples de $\lambda_0/8 = 4cm$.

On constate que la perturbation du champ reste localisée autour du cube métallique ; l'allure globale du champ reste conservée.

1.4 Utilisation d'une antenne de mesure ou d'une sonde

1.4.1 Difficultés de mesure

Les techniques de mesures habituelles sont basées sur l'utilisation d'une antenne ou d'une sonde de mesure. Conformément à ce que nous venons de démontrer pour une cavité parallélépipédique, en chambre réverbérante, l'influence de la sonde et des systèmes de mesure peuvent engendrer des erreurs de mesure non négligeables. L'influence de l'antenne de mesure sur le champ a déjà été montré dans une chambre réverbérante réelle [26].

Dans une campagne de mesures en chambre réverbérante ou anéchoïde, la taille de l'antenne de mesure présente en elle-même une source d'erreur puisqu'elle rend la mesure non locale. Celle-ci doit avoir des dimensions très inférieures à la longueur d'onde du champ à mesurer. La miniaturisation des antennes en CEM devient alors un objectif majeur pour obtenir une meilleure précision.

Il existe actuellement des sondes de plus en plus performantes qui permettent de relever chaque composante du champ électrique suivant les trois axes (x, y, z). Un exemple en est donné avec la sonde présentée à la figure 1.15 qui fonctionne dans la gamme de fréquences comprises entre $10kHz$ et $18GHz$.

Dans le cadre de nos campagnes de mesures (voir chapitre 3), nous avons choisi une sonde



Figure 1.15 – Sonde de mesure miniature de chez *DARE Instruments*. Sa taille est de $(39\text{mm})^3$

formée de six antennes monopoles orientées orthogonalement. Elle sera présentée au paragraphe 1.4.3.

1.4.2 Cas de mesures avec une antenne filaire

Pour montrer l'influence de l'antenne de mesures sur le champ à mesurer, nous avons effectué des mesures en utilisant en réception une antenne dipôle adaptée à la bande de fréquences (figure 1.16).

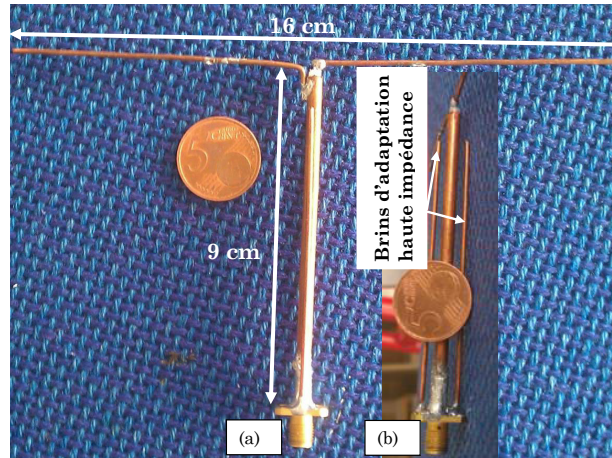


Figure 1.16 – Antenne dipôle. Vue de dessus (a) et vue de profil (b)

L'antenne est utilisée pour les mesures du mode TE_{061} . Pour éviter les courants de retour sur l'axe d'excitation du dipôle, nous avons ajouté deux brins de longueurs identiques égales à $\lambda/4$ afin de ramener l'accès du dipôle en haute impédance.

Nous avons mesuré le paramètre S_{11} de cette antenne dans la bande de mesures. Cette mesure a été effectuée à l'extérieur de la chambre réverbérante, de façon à déterminer les propriétés propres de l'antenne. On constate que ce coefficient de réflexion reste assez faible, surtout autour de la fréquence de travail ($\approx 925\text{MHz}$), ce qui signifie que l'antenne est bien adaptée. La figure 1.17 présente les variations de ce coefficient en fonction de la fréquence.

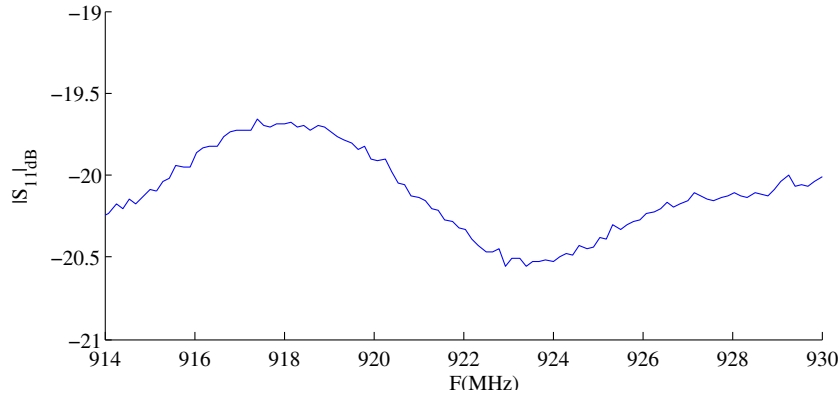


Figure 1.17 – Coefficient de réflexion de l’antenne filaire mesuré en espace libre.

1.4.2.1 Décalage fréquentiel entre théorie et pratique

Une difficulté que l’on peut rencontrer est l’écart qu’il y a entre la fréquence de résonance du mode mesurée et la fréquence théorique.

Nous allons présenter une étude de l’impact sur les fréquences mesurées des erreurs liées à l’imprécision des dimensions de la CR (W , L et H). Il s’agit d’une étude visant à quantifier le décalage possible de fréquence pour une erreur de précision donnée sur les trois longueurs.

Par définition, la fréquence de résonance du mode de la cavité parallélépipédique d’indices (m, n, p) est :

$$f(W, L, H) = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{p^2}{H^2} + \frac{n^2}{L^2} + \frac{m^2}{W^2}} \quad (1.21)$$

La forme différentielle de cette expression selon les dimensions de la cavité est

$$\Delta f = -\frac{c \Delta h p^2}{2 H^3 \sqrt{\frac{p^2}{H^2} + \frac{n^2}{L^2} + \frac{m^2}{W^2}}} - \frac{c \Delta l n^2}{2 L^3 \sqrt{\frac{p^2}{H^2} + \frac{n^2}{L^2} + \frac{m^2}{W^2}}} - \frac{c \Delta w m^2}{2 W^3 \sqrt{\frac{p^2}{H^2} + \frac{n^2}{L^2} + \frac{m^2}{W^2}}} \quad (1.22)$$

Pour les modes TE_{021} et TE_{061} , $m = 0$ et $p = 1$,

ainsi

$$\Delta f = -\frac{c}{2 \sqrt{\frac{1}{H^2} + \frac{n^2}{L^2}}} \left(\frac{\Delta l n^2}{L^3} + \frac{\Delta h}{H^3} \right) \quad (1.23)$$

Nous avons considéré des erreurs Δl pour Δl allant de 0 à 5mm pour calculer l’impact sur la fréquence. Δh est pris nul. La figure 1.18 montre l’écart fréquentiel lié à cette erreur sur la longueur L pour les deux modes ($n = 2$ et $n = 6$) en MHz .

Les deux courbes de cette figure montrent que plus le mode est d’ordre élevé, plus le décalage

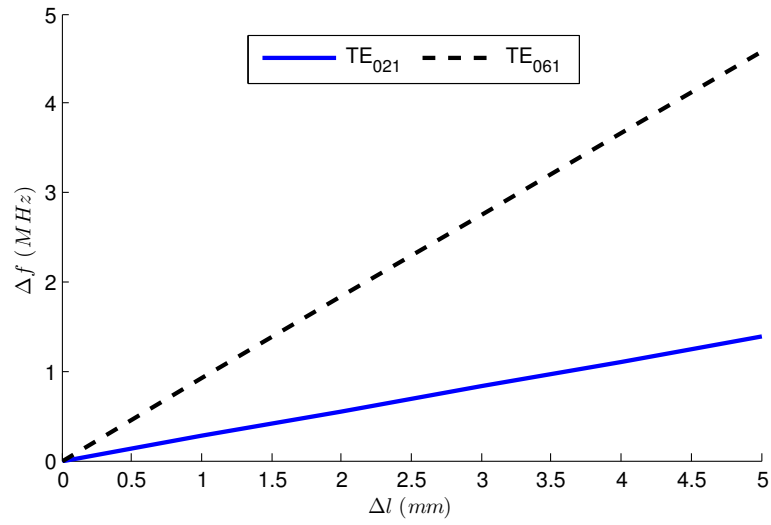


Figure 1.18 – Décalage de fréquence entre théorie et mesure en fonction des incertitudes de mesure des dimensions de la CR

de fréquence est important. Ceci est conforme à l'expression de Δf .

Ici, nous venons de voir le cas d'une erreur sur les dimensions de la cavité. Cette analyse peut être faite aussi dans le cas d'une légère déformation (courbure) des parois de la chambre.

1.4.2.2 Excitation de la chambre réverbérante

L'excitation se fait à l'aide d'une antenne monopole dont les dimensions, le diagramme de rayonnement et le paramètre S_{11} en espace libre sont montrés sur la figure 1.19.

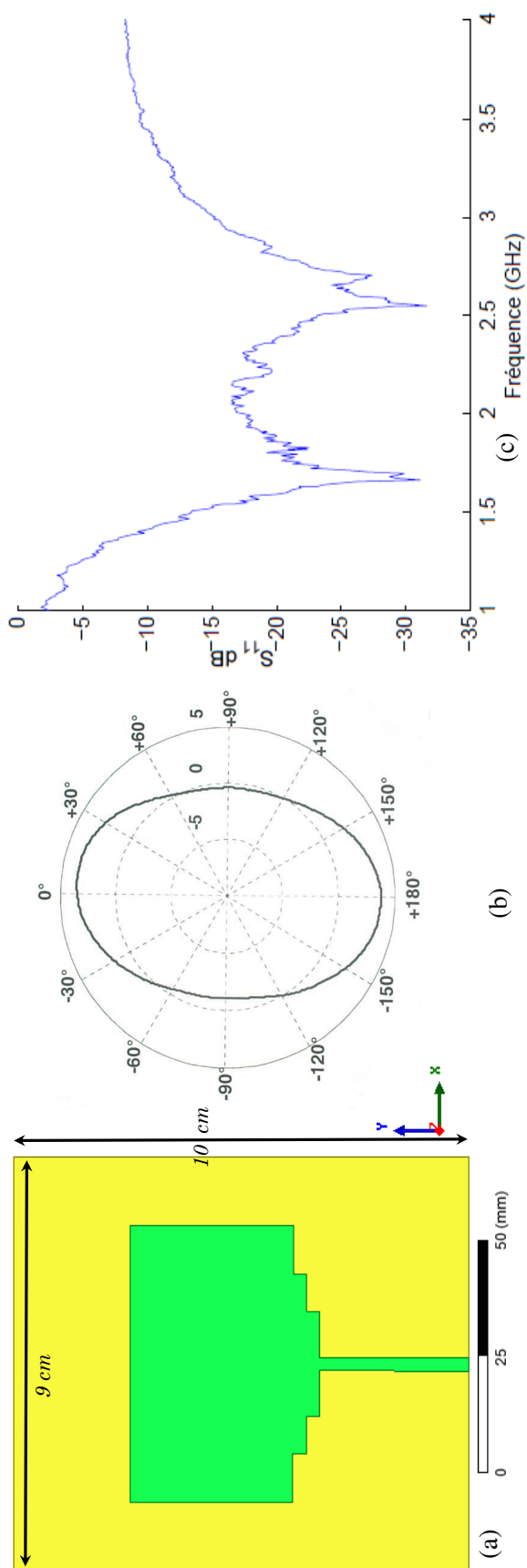


Figure 1.19 – (a) Antenne, (b) Diagramme de rayonnement mesuré à 2,4GHz et (c) paramètre S_{11} mesuré en espace libre.

Pour la gamme de fréquence des modes que nous allons étudier (entre 200MHz et 1GHz) dans la chambre réverbérante, l'antenne ne semble pas adaptée. Mais, en espace libre et dans la chambre la réponse fréquentielle de l'antenne n'est pas identique. Dans une chambre réverbérante, l'efficacité de l'excitation d'un mode dépend de l'adéquation entre la polarisation de la source (antenne d'excitation) et le champ de ce mode [28].

1.4.2.3 Validation du mode excité

Le principe de mesure consiste à exciter un seul mode pour lequel on veut mesurer le champ. Il faut s'assurer que l'on excite bien le bon mode, ce qui demande expérimentalement d'être méticuleux. Nous avons dans ce cas utilisé deux antennes identiques (figure 1.19), l'une en émission et l'autre en réception. A partir du générateur, nous avons émis une puissance de 0dBm à la fréquence du mode souhaité sur l'entrée de l'antenne d'excitation (accès 1 de la CR) et avons relié le deuxième accès de la cavité, en sortie de l'antenne de réception, à un analyseur de spectre (figure 1.20).

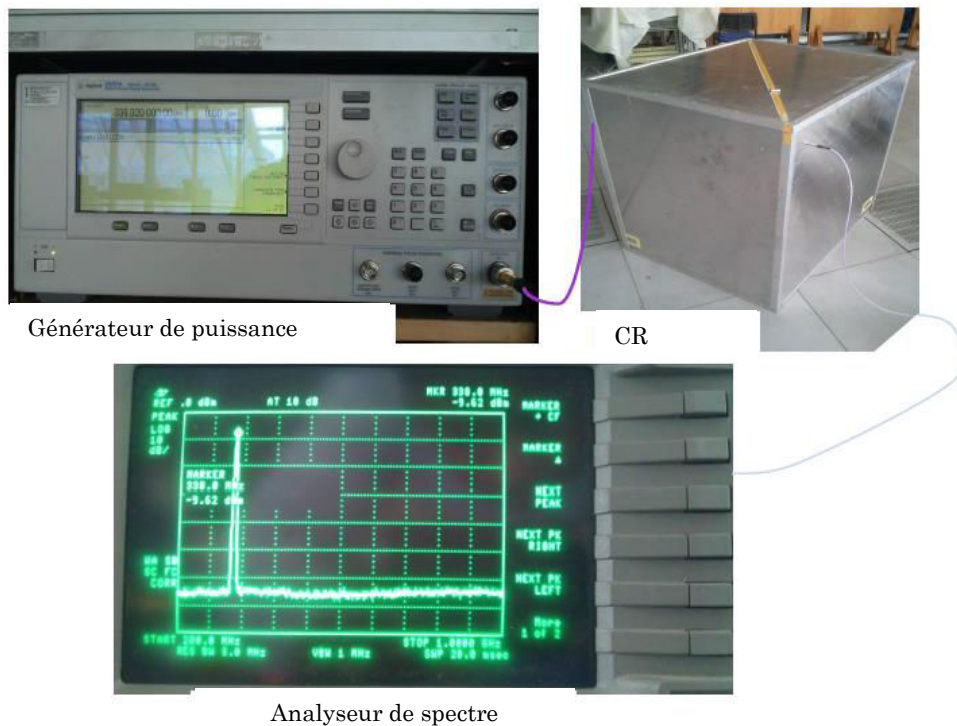


Figure 1.20 – Système de test pour validation du mode à exciter

Nous pouvons ainsi voir sur l'analyseur de spectre l'apparition d'un pic à la fréquence du générateur, et d'amplitude proportionnelle à la puissance reçue par l'antenne de réception.

Pour déterminer précisément la fréquence de résonance du mode visé, nous avons fait varier légèrement la fréquence d'excitation de la CR jusqu'à ce que l'on observe le maximum du pic de puissance sur l'analyseur de spectre.

1.4.2.4 Mesures

Pour montrer les perturbations causées par le système de mesure dans la cavité, nous allons étudier le cas analytique d'une cavité vide métallique et parallélépipédique. Nous nous intéresserons au mode TE_{061} dont le champ électrique est polarisé suivant l'axe ox . Les variations de son amplitude sont connues analytiquement et l'expression du champ électrique est :

$$E_x(x, y, z) \propto \cos\left(\frac{m\pi}{W}\left(x - \frac{W}{2}\right)\right) \sin\left(\frac{n\pi}{L}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{H}\left(z - \frac{H}{2}\right)\right) \quad (1.24)$$

où $m = 0$, $n = 6$ et $p = 1$. Le système de mesure est décrit par le schéma synoptique de la figure 1.21. L'antenne dipôle de longueur 16cm est placée à une position où le champ est maximum ($z = 0$). Elle est tenue par l'intermédiaire de deux fils de nylon parallèles le long de l'axe oy . Un troisième fil de nylon attaché à l'antenne est relié à un cylindre métallique à l'extérieur de la cavité. Ce dernier est posé sur une graduation faite sur la cavité et joue le rôle de curseur de positionnement, servant à reperer la position de l'antenne le long de l'axe oy . Un générateur RF est relié à l'antenne source et un bolomètre est connecté à l'antenne filaire par des connecteurs SMA placés à l'interface entre l'intérieur et l'extérieur de la cavité.

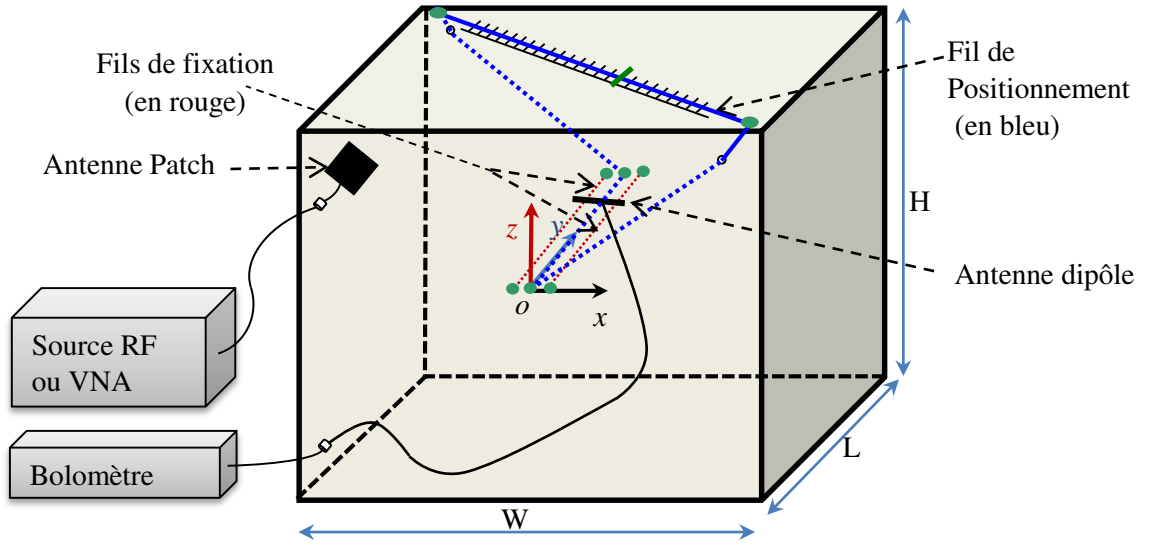


Figure 1.21 – Schéma descriptif du système de mesure avec la cavité parallélépipédique.

Nous avons placé l'antenne dipôle dans la CR pour mesurer le champ du mode TE_{061} dont la fréquence de résonance théorique est de $925,4MHz$. Ce mode présente six arches le long de l'axe oy . Le système de mesure utilisé est montré sur la figure 1.22.

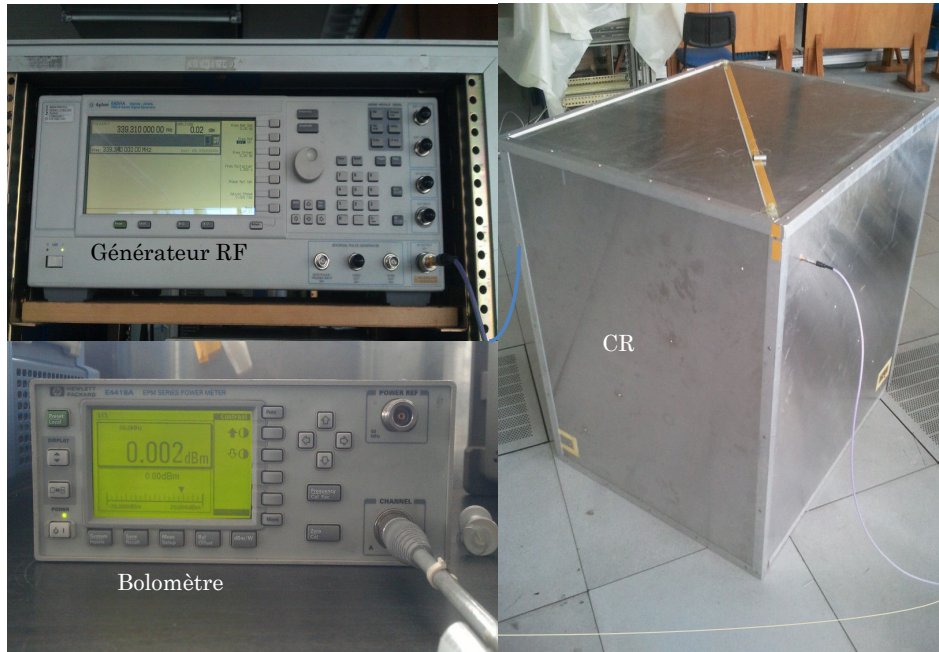


Figure 1.22 – Système de mesure générateur RF-CR-Bolomètre

Nous avons effectué deux séries de mesures à deux fréquences proches de la résonance théorique : 925 et 925,5 MHz. La puissance prélevée le long de la ligne centrale, suivant l'axe (oy) est montrée sur la figure 1.23.

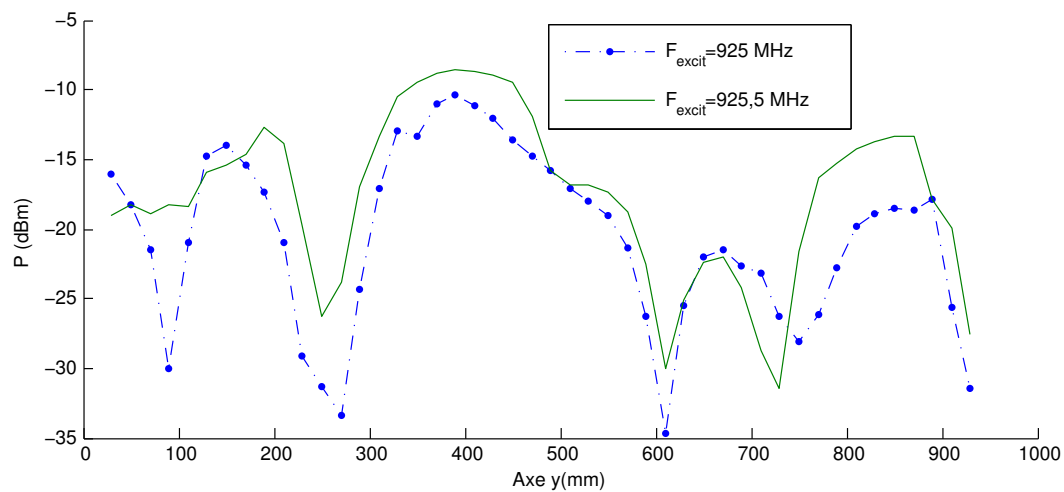


Figure 1.23 – Puissance mesurée à partir de l'antenne filaire dans la CR

On constate qu'autour de $y = 400 \text{ mm}$ l'allure n'est pas bonne puisqu'on ne distingue pas deux arches comme prévu théoriquement. Le problème principal de ces mesures est de savoir si on a excité le bon mode, car comme nous l'avons vu au paragraphe 1.4.2.3, la manipulation est délicate. Il est aussi important de tenir compte de la présence de l'antenne elle-même car elle modifie la géométrie de la CR.

Afin d'évaluer l'influence de l'antenne de mesure sur le comportement de la cavité, nous avons dans un second temps remplacé le générateur par un analyseur de réseau et le bolomètre par une charge adaptée (50 Ohms), placée à l'extérieur de la cavité pour conserver une configuration similaire à la précédente. Pour chaque position de l'antenne filaire, nous avons déterminé la fréquence de résonance de la cavité à l'aide de l'analyseur de réseau, comme étant la fréquence à laquelle le coefficient de réflexion est minimal.

La figure 1.24 compare l'amplitude du champ électrique mesuré dans la configuration précédente via le bolomètre pour une fréquence d'excitation de 925 MHz à la fréquence de résonance de la cavité pour chaque position de l'antenne dipôle le long de la ligne d'observation dans la cavité. Le pas de mesure est de 2 cm. L'amplitude normalisée du champ électrique théorique a été ajoutée sur la même figure.

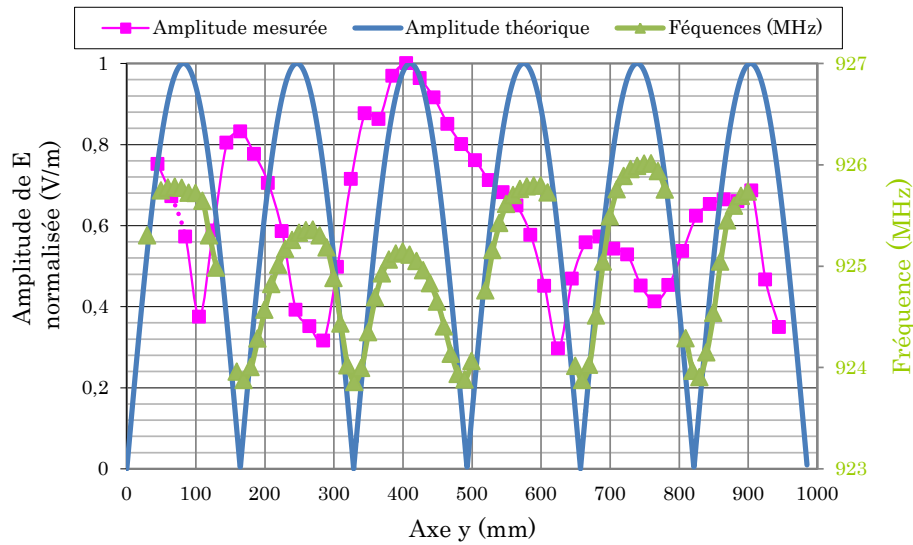


Figure 1.24 – Variation de l'amplitude normalisée du champ électrique et de la fréquence de résonance en fonction de la position de l'antenne dipôle. Comparaison des amplitudes normalisées du champ électrique théorique et mesurée.

On constate que les variations de la fréquence de résonance en fonction de la position de l'antenne dipôle montrées sur la figure 1.24 sont similaires à celles de l'amplitude du champ électrique théorique. Cependant, ces variations ne sont pas symétriques par rapport au centre de la ligne d'observation à cause de la présence du câble de l'antenne et de l'antenne patch d'excitation.

L'excursion maximale de la fréquence de résonance est de 2 MHz autour de la fréquence d'excitation 925 MHz. La variation de l'amplitude du champ autour de la fréquence de résonance suit, pour un mode isolé, l'expression suivante [20] :

$$\left| \frac{E(f)}{E(f_0)} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[2Q \left(\frac{f-f_0}{f_0} \right) \right]^2}} \quad (1.25)$$

Nous prendrons ici pour coefficient de qualité Q celui du mode de résonance TE_{061} mesuré à vide sans l'antenne dipôle ; il est de 341.

Pour mieux comprendre l'influence des variations de la fréquence de résonance sur le champ mesuré à 925MHz, nous allons considérer la fréquence de résonance maximale de 926,01MHz mesurée à la position $y = 770mm$. En prenant pour fréquence de résonance f_0 cette fréquence maximale et pour fréquence d'excitation f 925MHz, on trouve avec l'équation (1.25) un rapport d'amplitude de 0,802. Cette valeur reflète l'influence de la perturbation de la fréquence de résonance sur le champ mesuré. Comme l'écart entre les amplitudes des champs mesuré et théorique est le plus important à cette position, on constate que conformément à (1.25), plus l'écart entre la fréquence d'excitation et celle de résonance est grand plus l'écart entre les amplitudes des champs théorique et mesuré est grand. A contrario, sur la position $y = 410mm$, l'écart entre les deux champs est minime et le rapport (1.25) est presque égale à l'unité (0,995). Ainsi, l'amplitude maximale du champ coïncide avec celle du champ théorique en cete position pour laquelle la fréquence de résonance est de 925,138MHz. Ainsi, plus la fréquence de résonance est proche de la fréquence d'excitation plus le champ mesuré est proche du champ théorique.

Malgré cette forte corrélation entre la différence de fréquences (d'excitation et de résonance) et l'écart entre les amplitudes (champ mesuré et théorique), le décalage en fréquence induit par l'antenne dipôle n'est pas la seule cause de la perturbation du champ. D'autres phénomènes sont à prendre en compte :

1. La proximité entre deux modes de résonance peut faciliter le basculement de l'un vers l'autre durant le changement de position de l'antenne.
2. La présence de l'antenne dipôle induit un changement local du champ,
3. Le phénomène de couplage entre antennes et avec les parois de la cavité à proximité de celles-ci. Dans ce cas, la réponse de l'antenne dipôle peut changer, ce qui aura un impact sur les résultats des mesures.

1.4.3 Cas de mesures avec une sonde

Compte tenu de ce que nous venons de voir au paragraphe 1.4.2, nous envisageons de faire les mesures avec une sonde de champ électrique PMM EP-600 (de Narda). La sonde utilisée est constituée de six antennes monopoles orientées selon trois axes orthogonaux, comme le montre la figure 1.25. Elle présente l'avantage de pouvoir mieux tenir compte des différentes composantes du champ par rapport à celle citée en exemple sur la figure 1.15. Son diamètre total est de 53mm et chaque antenne mesure 17mm. La gamme des amplitudes de champ électrique mesurables s'étend de 0,14 à 140 V/m.

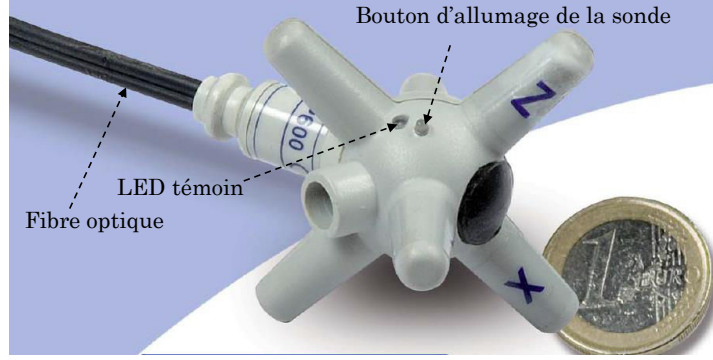


Figure 1.25 – Sonde utilisée pour les mesures du champ électrique.

1.4.3.1 Simulation de l'influence de la sonde

Avant de procéder aux mesures, nous avons étudié par simulation l'impact de la sonde sur le champ qu'elle est censé mesurer dans la CR. A ce titre, elle est utilisée comme élément perturbateur. Nous avons considéré une sphère métallique de rayon $r = 17mm$ représentant la sonde (uniquement la partie sphérique). Nous l'avons placée sur le même axe oy que le cube métallique de la figure 1.13. Les observations sont faites sur des lignes parallèles à l'axe oy , à des distances de la bille variant de 0 à $34mm$ (figure 1.26). Pour une description précise du champ autour de cette bille lors de la simulation, la bille est maillée avec une dimension maximale des arêtes des tétraèdres égale au cinquième du rayon de la sphère. Étant donné le type de mode choisi (mode TE_{021} de répartition symétrique par rapport au plan xoy), la forme de la sonde considérée comme sphérique a permis de tirer profit de la symétrie du problème.

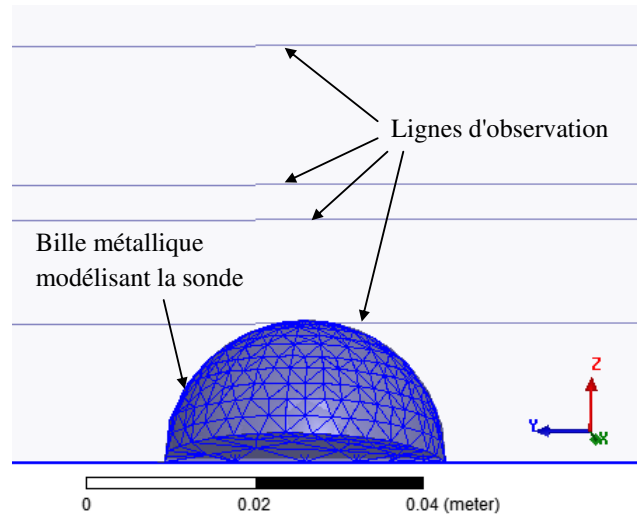


Figure 1.26 – Bille matérialisant la sonde dans la CR. Lignes d'observation parallèles à l'axe des y et situées dans le plan yoz à des distances de la bille de $0mm$, $12,75mm$, $17mm$ et à $34mm$

Le champ électrique est observé suivant des lignes parallèles à oy dans le plan yoz , à des

distances de la bille de $(0, 3r/4, r, 2r)$.

On constate (figure 1.27) une perturbation notable du champ au voisinage de la bille, en dehors de la ligne d'observation la plus éloignée. Sur la bille (distance de 0mm), comme on pouvait le prévoir, E_x s'annule. On voit aussi que plus on se rapproche de la bille plus le champ est perturbé. Il est important de remarquer aussi que l'on est bien dans une situation de perturbation locale puisque au-delà de la zone couverte par la taille de la bille (et un peu au-delà) le champ n'est pas perturbé (figure 1.27).

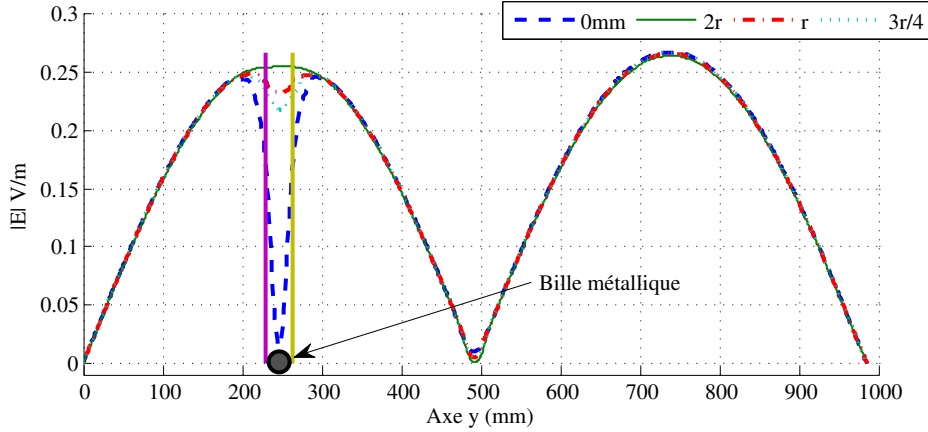


Figure 1.27 – Composante E_x du champ électrique du mode TE_{021} observé à $0, 3r/4, r$ et $2r$ au-dessus de la bille placée en $y = L/4$ sur l'axe oy .

1.4.3.2 Mesures avec la sonde.

Vérification en chambre anéchoïde du fonctionnement de la sonde

Avant toute mesure, nous avons tenu à vérifier le bon fonctionnement de la sonde en milieu connu où le champ en un point donné peut être calculé analytiquement. Ce milieu est la chambre anéchoïde. La figure 1.28 montre le dispositif.

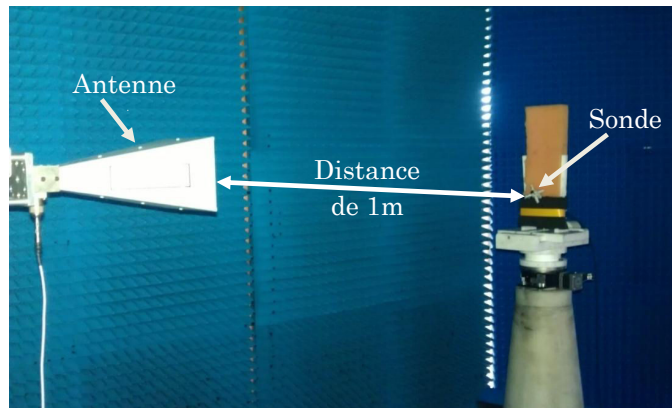


Figure 1.28 – Dispositif de mesure dans la chambre anéchoïde

La sonde est reliée à un ordinateur via une fibre optique. On évite ainsi la présence d'un

câble RF susceptible de perturber la mesure, ce qui est particulièrement important dans une chambre réverbérante. L'acquisition des mesures permet de générer directement, par simple clic sur la souris, un fichier au format *.txt* contenant l'amplitude du champ suivant les 3 axes. Un des avantages de cette sonde est l'acquisition des mesures dans un fichier au format *txt*, ce qui évite d'avoir recours à un relevé manuel des données issues des mesures.

Le tableau 1.2 présente les principales caractéristiques de la sonde.

Fréquences d'utilisation	100kHz-9,25GHz
Niveau de champ électrique	0,14 V/m-140 V/m
Plage de variation	60dB
Résolution	0,01 V/m
Sensibilité	0,14 V/m
Capteur	6 antennes monopoles

Tableau 1.2 – Caractéristiques techniques de la sonde PMM EP-600

Derrière l'antenne cornet, le générateur RF est connecté. En raison de la taille réduite de notre chambre réverbérante, nous avons utilisé une fréquence de 3GHz (et donc différente de celles des mesures présentées en chambre réverbérante) de façon à pouvoir effectuer les mesures en champ lointain de l'antenne cornet.

La sonde a été placée à un mètre du cornet (figure 1.28). Des mousses absorbantes placées autour de la sonde permettent de limiter l'influence du pied la maintenant fixée.

A cette fréquence, le cornet présente un gain $g_a = 12,8dBi$. Avec une puissance d'excitation P_e et en considérant que la sonde présente une surface effective ponctuelle, la puissance reçue sur la sonde est :

$$P_r = \frac{g_a P_e}{4\pi d^2}$$

avec

$$g_a = 10^{12.8/10}$$

$$P_e = 10^{-3}W$$

$$d = 1m$$

or

$$P_r(W/m^2) = \frac{E_r^2}{2Z_0}$$

avec

$$Z_0 = 120\pi \Omega$$

On trouve un champ électrique $E_r = 0,868V/m$.

Les vingt premières observations du champ électrique faites à partir de la sonde (en étei-

gnant la source entre deux mesures successives) indiquent en moyenne un champ électrique de 0,803 V/m, soit une erreur d'environ 7% par rapport au champ calculé, qui peut être liée à un alignement imparfait de l'antenne cornet et de la sonde. Ainsi on peut affirmer que la sonde fonctionne correctement.

Mesures en chambre réverbérante

Une des premières difficultés est d'assurer l'horizontalité de la ligne d'observation. En effet, l'inclinaison de cette ligne fait que nous ne mesurons pas le champ à la même altitude. La figure 1.29 montre le champ électrique observé sous HFSS sur trois lignes d'angles d'inclinaison différents. Le mode simulé est le TE_{061} . L'effet de l'inclinaison observé indique qu'il faudra veiller à l'horizontalité de la ligne d'observation lors de toutes nos mesures.

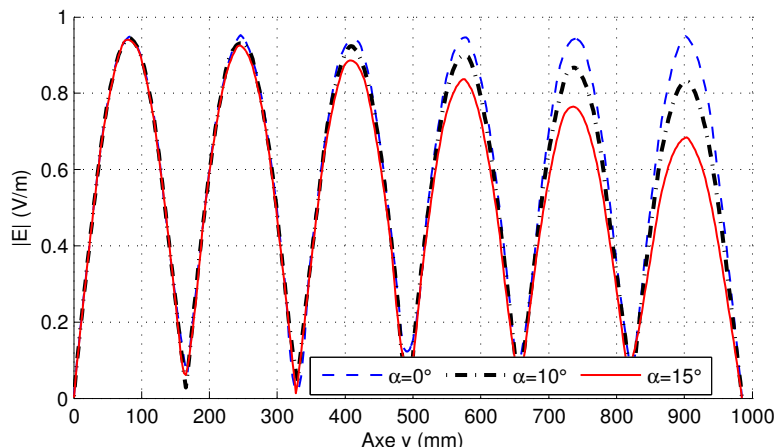


Figure 1.29 – Champ électrique simulé du mode TE_{061} sur la ligne d'observation (oy) pour un angle d'inclinaison α de cette ligne.

Nous allons mesurer le champ électrique dans la CR à partir de la sonde. Celle-ci est placée à l'intérieur de la CR sur la ligne d'observation ($x = 0, z = 0$) et est reliée au PC à partir duquel le champ électrique sera relevé pour chaque position de la sonde.

Nous avons excité la CR avec la même fréquence ($925MHz$) que pour les mesures faites avec l'antenne filaire. Le pas de mesure sur la ligne d'observation est de $10mm$. La figure 1.30 illustre les résultats obtenus.

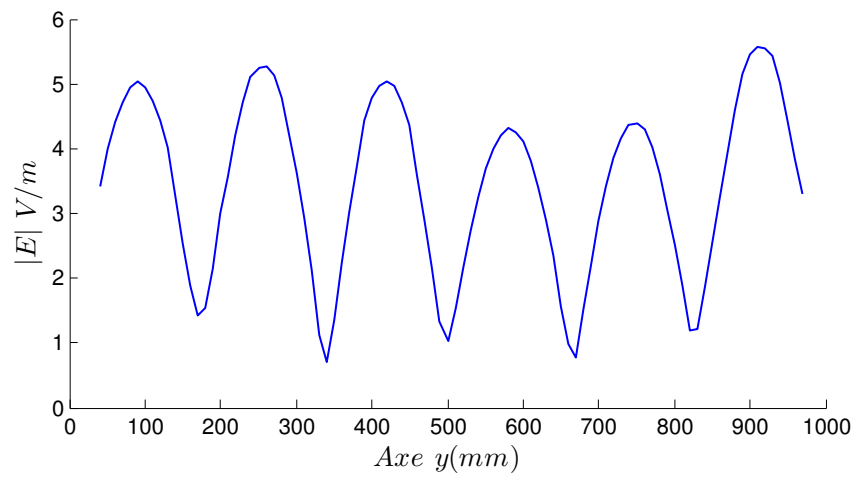


Figure 1.30 – Champ électrique mesuré par la sonde dans la CR sur l'axe (oy).

Nous constatons que l'allure du champ reproduit les six arches du mode théorique malgré les écarts sur les amplitudes maximales des arches. La mesure avec la sonde fournit donc dans ce cas des résultats plus précis que l'antenne filaire. Nous proposerons dans la suite une méthode de mesure alternative avec laquelle des résultats plus précis seront obtenus sur ce même mode.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté brièvement le fonctionnement et les applications d'une CR dans les différents domaines de la CEM ainsi que pour émuler un canal de propagation. Nous avons aussi fait un rappel sur les paramètres caractéristiques d'une cavité, notamment son facteur de qualité et la densité modale.

Nous nous sommes ensuite intéressés aux méthodes de mesure classiques en chambre réverbérante, et avons montré les erreurs de mesure associées à l'utilisation d'une antenne ainsi que d'une sonde de mesure. Nous nous sommes par cela appuyés sur des résultats issus à la fois de simulations et de mesures.

Nous avons ainsi pu montrer une perturbation de la fréquence de résonance liée à la présence de l'antenne, ainsi qu'une perturbation du champ au voisinage immédiat de la sonde de champ.

Il apparait clairement que la qualité des résultats de mesure est nettement supérieure avec la sonde qu'avec l'antenne filaire utilisée. Ces mesures présentent toutefois un écart très sensible par rapport aux résultats théoriques, qui peuvent être interprétés comme la conséquence d'une part de la perturbation induite par le système de conversion du signal RF en signal optique intégré à la sonde, et d'autre part du caractère non local de la mesure effectuée à l'aide de six antennes monopoles.

Sachant que le système de mesure apporte des perturbations sur le champ à mesurer, nous allons utiliser une méthode de mesure indirecte.

Les perturbations du champ par le système de mesure ne sont pas uniquement spécifiques aux cavités résonantes puisque ce problème se rencontre de façon plus générale lors des mesures en champ proche. Ainsi, une méthode de mesure indirecte dite technique de diffusion modulée (MST³) [29, 30, 31] peut être utilisée dans ce cas pour limiter les perturbations du champ.

Cette méthode utilise les phénomènes de diffusion, ce qui permet d'éviter l'utilisation d'une ligne de transmission entre le capteur et les appareils de mesure, le but étant d'éliminer les perturbations occasionnées par les lignes de transmission sur le champ à mesurer. Le signal capté par une première antenne placée en champ proche du dispositif à tester est rayeronné vers une antenne éloignée. C'est ce champ que l'on mesure et non celui qui est capté en champ proche. Cette technique permet d'obtenir des mesures d'une grande précision [32, 33]. La modulation permet d'améliorer cette précision. En effet, le signal de mesure diffusé par la sonde peut être noyé dans le bruit. La modulation permet de faciliter la détection grâce à une meilleure discrimination du signal utile avec les signaux parasites non modulés.

Cependant, cette technique n'est pas applicable dans une cavité résonante. Ici, le rayonnement de la sonde n'est plus le même que dans l'espace libre et la fonction de transfert entre deux antennes de mesure varie largement selon leurs positions dans la cavité [34]. En conséquence, une autre méthode indirecte a été proposée dans ce travail de thèse pour limiter les perturbations engendrées par le dispositif de mesure sur le champ à mesurer.

3. MST : Modulated Scatterer Technique

Les difficultés de mesure associées aux approches classiques ayant été soulevées, nous allons présenter une approche alternative afin de nous en affranchir. Le chapitre suivant présente les fondements théoriques de cette approche, tandis que sa mise en application sera l'objet du chapitre 3.

Chapitre 2

Méthode perturbative pour la mesure du champ

Contents

2.1	Introduction	44
2.2	Formalisme	45
2.3	Théorie perturbative appliquée à une cavité résonante	48
2.4	Perturbateur sphérique	52
2.4.1	Calcul des moments dipolaires	52
2.4.2	Décalage fréquentiel	56
2.5	Perturbateur cylindrique	59
2.5.1	Calcul des moments dipolaires	59
2.5.2	Décalage fréquentiel	68
2.6	Études paramétriques par simulations	70
2.6.1	Cavité étudiée	70
2.6.2	Étude avec un perturbateur sphérique	71
2.6.3	Étude avec un perturbateur cylindrique	73
2.7	Conclusion	78

2.1 Introduction

Plusieurs disciplines font appel à des théories dites "des perturbations", comme celle utilisée pour l'étude des systèmes dynamiques (mécanique céleste) et celle relative aux oscillations amorties et aux oscillations non-linéaires. La première est utilisée pour l'étude d'une orbite d'un astre autour d'un autre en tenant compte de l'influence d'un troisième. La deuxième est souvent utilisée en mécanique pour approcher analytiquement les solutions d'une équation différentielle régissant un système oscillant. Ces théories sont toutes basées sur le même principe : étudier le comportement d'un système à partir de celui d'un système plus simple pour lequel la solution complète est connue et dont le comportement ne présente que de faibles variations par rapport à celui du système initial.

La théorie des perturbations a été développée par Rayleigh et Schrödinger [35]. Rayleigh a donné une formule pour déterminer les éléments propres (modes et fréquences) d'un système oscillant qui dévie légèrement d'un système simple qui admet des solutions exactes connues [36].

Les travaux de ces deux pionniers étaient cependant formels et mathématiquement incomplets. Il était tacitement admis que les éléments (valeurs ou vecteurs propres) admettent un développement en série de Taylor en fonction du paramètre qui mesure la déviation du système perturbé par rapport au système non perturbé. Toutefois, la convergence de cette série n'avait pas été prouvée. La théorie des perturbations est appliquée dans différents contextes. En mécanique classique on peut citer quelques applications :

- **Mouvement de projectile** : sans résistance de l'air, l'équation 2-D $h(x, y)$ de la trajectoire d'un projectile dépend de sa vitesse initiale \vec{V}_0 et de l'angle d'élévation θ . En ajoutant l'effet de la résistance de l'air au mouvement du projectile, l'équation change et la résistance de l'air est directement proportionnelle à la vitesse. La prise en compte de la résistance de l'air peut se faire par une approche perturbative.
- **Problème d'interaction entre trois corps** : Ce problème est largement étudié en mécanique céleste, comme la variation de l'orbite Terre-Lune à cause de la gravitation du soleil [37]. Cette variation peut être analysée par une approche perturbative à partir du système Terre-Lune isolé.
- **Oscillateur harmonique amorti et équations différentielles ordinaires et partielles** [38] :
La théorie des perturbations est une des méthodes utilisées pour étudier un oscillateur non linéaire comme celui de *Van Der Pol*. Dans le domaine de l'électronique on rencontre ce type d'oscillateur dans les circuits oscillants avec diode [38], à l'exemple de l'oscillateur à diode avec pompage de courant. Une source laser avec courant de pompage peut être aussi décrite par un oscillateur de Van Der Pol.

Nous allons présenter le formalisme des théories des perturbations, puis nous exposerons son

application à la chambre réverbérante.

2.2 Formalisme

On considère à titre d'exemple, le développement en série de $S_\alpha(t)$ la solution de l'équation ξ_α dépendant du paramètre α . Pour $\alpha = 0$, $S_0(t)$ est la solution de ξ_0 .

On approche la résolution de l'équation ξ_α par perturbation de ξ_0 dont on connaît les solutions exactes.

On pose :

$$\xi_\alpha : \quad \frac{d^2 S(t)}{dt^2} + (1 + \alpha)S(t) = 0 \quad (2.1)$$

avec $t > 0$.

La solution est donnée par son développement en série de Taylor (2.2)

$$S_\alpha(t) = S_0(t) + \alpha S_1(t) + \alpha^2 S_2(t) + \dots \quad (2.2)$$

La méthode consiste à réinjecter le développement en série $S_\alpha(t)$ dans ξ_α et à tenir compte du fait que $S_0(t)$ est la solution de ξ_0 . Comme on peut le voir, l'introduction de $S_\alpha(t)$ dans ξ_α conduit à une équation d'ordre élevé en α . Nous nous limiterons au premier ordre de la série.

Pour mieux illustrer la problématique, nous proposons l'exemple simple qui suit dont les détails de la résolution par la théorie des perturbations sont bien montrés dans [38]. La solution exacte étant connue nous allons donc la comparer avec les résultats issus des perturbations selon la quantité représentant l'intensité de la perturbation α , où $\alpha \in [0, 1]$.

Soit l'équation

$$\left\{ \begin{array}{l} E(\alpha) : \quad \tau \frac{dx(t)}{dt} + x(t) + \alpha \frac{x(t)^2}{L_0} = 0 \\ x(0) = A \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Étape 1 : Résolution de $E(\alpha = 0)$

$$E(\alpha = 0) : \quad \tau \frac{dx(t)}{dt} + x(t) = 0 \quad (2.4)$$

dont on connaît déjà la solution

$$x_0(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.5)$$

Le développement en série de la solution globale est

$$x(t) = x_0(t) + \alpha x_1(t) + \dots \quad (2.6)$$

Étape 2 : Introduction de (2.6) dans $E(\alpha)$.

On a

$$\begin{cases} x'_0 + \frac{1}{\tau}x_0 = 0 \\ x'_1 + \frac{1}{\tau}x_1 + \frac{x_0^2}{\tau L_0} = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

La solution de la deuxième équation peut être obtenue par la méthode de variation de la constante.

On trouve

$$x_1 = B e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{A^2}{L_0} e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

Il s'en suit que :

$$x(t) \simeq x_0(t) + \alpha x_1(t) + \dots \simeq A e^{\frac{-t}{\tau}} + \alpha B e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{\alpha A^2}{L_0} e^{-\frac{2t}{\tau}} \quad (2.8)$$

Ainsi, comme la condition initiale $x(0) = A$, on trouve $B = -\frac{A^2}{L_0}$ et (2.8) devient.

$$x(t) \simeq A e^{\frac{-t}{\tau}} - \frac{\alpha A^2}{L_0} e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{\alpha A^2}{L_0} e^{-\frac{2t}{\tau}} \quad (2.9)$$

Nous allons comparer (2.9), solution issue de la perturbation, à la solution exacte de (2.3). Celle-ci est une forme particulière d'équation différentielle d'ordre 1 connue sous le nom de *équation logistique* dont la solution est :

$$x(t) = \frac{A e^{\frac{-t}{\tau}}}{1 + \frac{\alpha A}{L_0} (1 - e^{\frac{-t}{\tau}})} \quad (2.10)$$

Pour différentes valeurs de α , nous avons pris $A = L_0$ et $\tau = 1s$ pour tracer les deux solutions analytique (x_a) et celle issue de la perturbation (x_p).

On constate que la différence entre les deux solutions est très faible. Plus l'intensité de la perturbation α augmente, plus la solution dérive par rapport à la solution exacte. Dans le pire cas (autour de τ) on a un écart maximal de 9% pour $\alpha = 1$ (figure 2.1.d). Comme montré sur la figure 2.1, pour $\alpha = 0$, on se retrouve dans le cas connu où $x(t) = x_0(t)$.

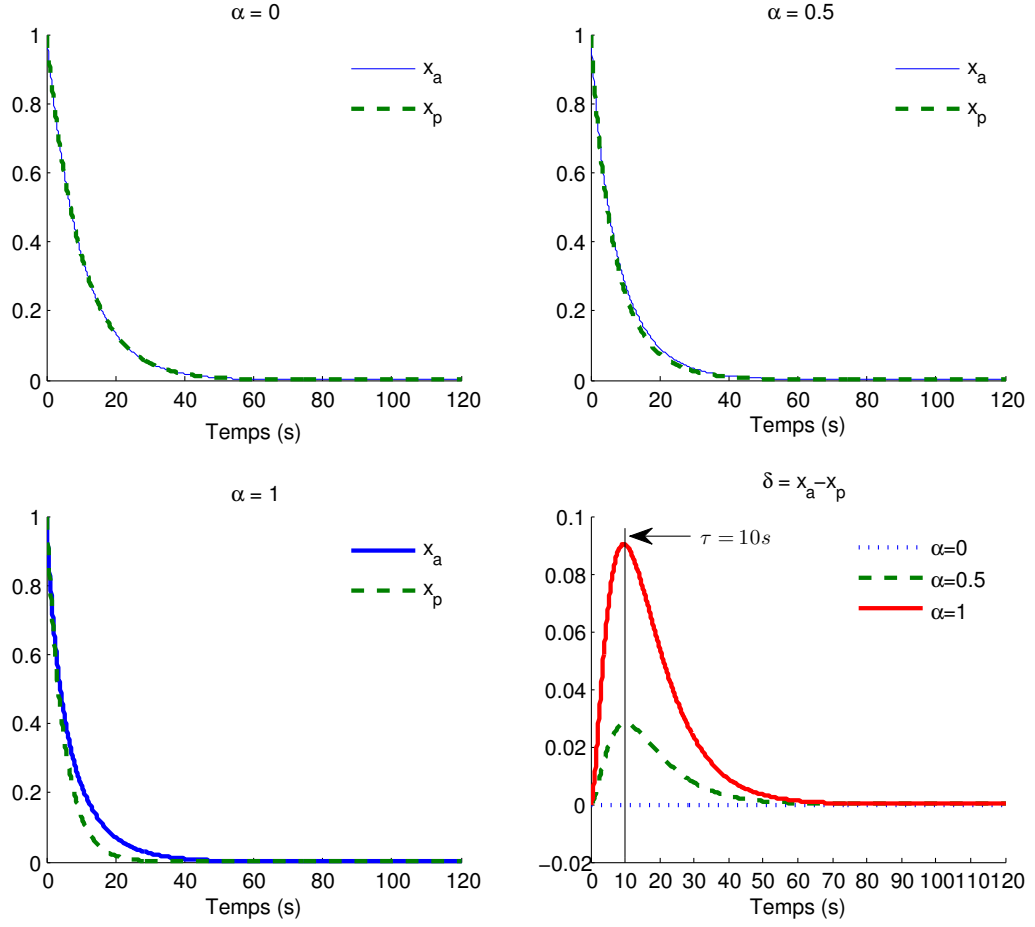


Figure 2.1 – (a), (b) et (c) : Tracés de x_a et x_p pour $\alpha = \{0, 0,5, 1\}$, $A = L_0$ et $\tau = 1s$ (d) : Différence $\delta(t, \alpha)$ entre solutions analytique et estimée par perturbation.

Cette approche perturbative offre ainsi la possibilité de trouver une solution analytique d'un système complexe, dès lors que la solution analytique du système non perturbé est analytiquement connue. Dans le cas contraire, si la résolution du problème approché nécessite l'utilisation d'une méthode numérique, cette approche reste cependant possible. Ainsi, dès lors qu'une approximation est faite, on peut observer la réponse du système en fonction du paramètre α .

Dans notre étude de la chambre réverbérante, les paramètres observés ne dépendent pas du temps (une approche fréquentielle étant adoptée) mais de l'espace.

Dans ce travail de thèse, la théorie perturbative est utilisée pour mesurer les champs dans une cavité électromagnétique. Le cas de la cavité chargée par un objet sera étudié par une approche perturbative à partir du cas plus simple de la cavité vide. Pour cette dernière, les fréquences de résonance sont déterminées simplement, de façon analytique, numérique ou par la mesure suivant les cas. Nous verrons comment, en utilisant un élément perturbateur de forme appropriée et en mesurant la perturbation de la fréquence de résonance, nous pouvons mesurer le champ dans la cavité vide le long d'une ligne d'observation.

Dans ce chapitre nous allons présenter dans un premier temps l'approche adoptée pour résoudre les équations de Maxwell dans la cavité en présence d'un objet perturbateur. Nous verrons, dans la seconde partie, l'influence de la forme et de la matière constitutive de l'élément perturbateur sur le champ à mesurer.

Dans ce chapitre, nous nous limiterons à une analyse théorique suivant les différents paramètres des équations reliant les composantes du champ électromagnétique et les caractéristiques de l'élément perturbateur.

2.3 Théorie perturbative appliquée à une cavité résonante

Si pour une cavité parallélépipédique, les fréquences et modes propres sont connus analytiquement (Annexe A.1), ce n'est pas le cas pour une forme de cavité non canonique. On étudie ici un mode de résonance d'une cavité vide, de fréquence propre f_0 et de champs (E_0, H_0) .

L'introduction d'un **petit** objet diélectrique de volume v_s dans la cavité de volume V (figure 2.2) entraîne une modification de la géométrie, et donc une variation des champs et de la fréquence de résonance [20, 39, 40]. L'écart en fréquence δf représente la différence entre la fré-

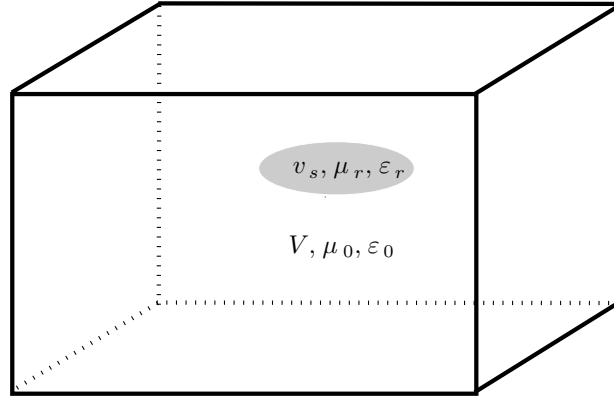


Figure 2.2 – Objet diélectrique dans une cavité parallélépipédique.

quence f_p du mode mesurée avec perturbateur et la fréquence mesurée à vide f_0 . Cet écart varie en fonction du champ électromagnétique perturbé à la position de l'élément perturbateur. La relation entre l'écart fréquentiel et les champs dans la cavité vide, déterminée par une approche perturbative, est développée dans l'Annexe B.

D'après (B.13) on a :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\iiint_{V_1} [\varepsilon_0(1 - \varepsilon_r)e \cdot E_0 - \mu_0(1 - \mu_r)h \cdot H_0] dv}{\iiint_V [(E_0 \cdot \varepsilon_0 E_0^* + \mu_0 H_0 \cdot H_0^*) + (E_0 \cdot d - H_0 \cdot b)] \cdot dv} \quad (2.11)$$

avec \vec{E}_0, \vec{H}_0 les champs électrique et magnétique dans la cavité vide, et \vec{D}_0 et \vec{B}_0 , leurs vecteurs flux. Les quantités $\vec{b}, \vec{d}, \vec{e}$ et \vec{h} présentent respectivement les variations des grandeurs

$\vec{B}, \vec{D}, \vec{E}$ et \vec{H} à l'intérieur du perturbateur après son introduction dans la cavité. L'équation (2.11) se simplifie sous certaines conditions, ce qui la rend en pratique exploitable.

— **Hypothèse 1 :**

L'élément perturbateur est constitué d'un matériau isotrope et homogène. Les inductions électrique \vec{D} et magnétique \vec{B} peuvent donc être exprimées respectivement en fonction des champs \vec{E} , \vec{H} et de ses paramètres caractéristiques (permittivité relative ε_r et perméabilité relative μ_r).

$$\implies \vec{D}_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_0 \text{ et } \vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0$$

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\iiint_{v_s} [\varepsilon_0(1 - \varepsilon_r) \vec{e} \cdot \vec{E}_0 - \mu_0(1 - \mu_r) \vec{h} \cdot \vec{H}_0] dv}{\iiint_V [(\varepsilon_0 |\vec{E}_0|^2 + \mu_0 |\vec{H}_0|^2) + (\vec{E}_0 \cdot \vec{d} - \vec{H}_0 \cdot \vec{b})] dv} \quad (2.12)$$

— **Hypothèse 2 :**

Les perturbations sont très faibles pour permettre d'affirmer que $|\vec{E}_0 \cdot \vec{D}_0| \gg |\vec{E}_0 \cdot \vec{d}|$ et $|\vec{H}_0 \cdot \vec{B}_0| \gg |\vec{H}_0 \cdot \vec{b}|$. La deuxième quantité du dénominateur de (2.12) est donc négligeable par rapport à la première. On reconnaît l'expression du dénominateur qui vaut $2W_0$, où

$$\begin{aligned} W_0 &= \frac{1}{2} \iiint_V (\varepsilon_0 |\vec{E}_0|^2 + \mu_0 |\vec{H}_0|^2) dv \\ &= \iiint_V \varepsilon_0 |\vec{E}_0|^2 dv \\ &= \iiint_V \mu_0 |\vec{H}_0|^2 dv \end{aligned} \quad (2.13)$$

est l'énergie électromagnétique moyenne dans la cavité parfaite à vide (voir chapitre 1, paragraphe 1.2.2).

On a donc :

$$\frac{\Delta f}{f_0} \simeq \frac{\iiint_{v_s} [\varepsilon_0(1 - \varepsilon_r) \vec{e} \cdot \vec{E}_0 - \mu_0(1 - \mu_r) \vec{h} \cdot \vec{H}_0] dv}{2W_0} \quad (2.14)$$

— **Hypothèse 3 :**

La taille de l'élément perturbateur est assez faible (généralement par rapport à la longueur d'onde λ_0) pour que les champs \vec{E}_0 et \vec{H}_0 y soient quasi-constants. Dans (2.14), on peut

sortir \vec{E}_0 et \vec{H}_0 de l'intégrale du numérateur.

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{\vec{E}_0 \cdot \iiint_{v_s} \varepsilon_0(1 - \varepsilon_r) \vec{e} dv - \vec{H}_0 \cdot \iiint_{v_s} \mu_0(1 - \mu_r) \vec{h} dv}{2W_0} \quad (2.15)$$

— **Hypothèse 4 :**

La présence du perturbateur n'influe pas sur les champs \vec{E}_0 et \vec{H}_0 dans le reste de la cavité (ie. $V - v_s$). Cette hypothèse permet de calculer les champs à l'extérieur du perturbateur par les conditions aux limites à sa surface.

Les intégrales du numérateur représentent les polarisations dipolaires électrique et magnétique dans l'élément perturbateur [41] :

$$\vec{P} = \iiint_{v_s} \vec{p} dv \quad (2.16)$$

$$\vec{M} = \iiint_{v_s} \vec{m} dv \quad (2.17)$$

Les quantités $\vec{p} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1) \vec{e}$ et $\vec{m} = (\mu_r - 1) \vec{h}$ représentent les densités de polarisation électrique et magnétique. Ces densités dépendent de la répartition des charges et courants dans le perturbateur suivant sa forme géométrique et son matériau, selon l'orientation du champ source (\vec{E}_0 ou \vec{H}_0).

$$\frac{\Delta f}{f_0} = - \left[\frac{\vec{E}_0}{2W_0} \iiint_{v_s} \vec{p} \cdot dv - \frac{\mu_0 \vec{H}_0}{2W_0} \iiint_{v_s} \vec{m} \cdot dv \right] \quad (2.18)$$

Les deux intégrales de (2.18) montrent que le décalage fréquentiel dépend de la géométrie et du matériau constitutif de l'élément perturbateur [25]. Cette méthode a été utilisée pour déterminer les propriétés diélectriques ou magnétiques d'un échantillon utilisé comme perturbateur [39, 42, 43], y compris sa tangente de pertes [44]. Les deux membres de (2.18) sont complexes. Les pertes électromagnétiques dans le perturbateur et dans la cavité se traduisent par des grandeurs complexes [45, 44, 46] dont les parties imaginaires représentent l'absorption d'énergie.

$$\frac{\Delta \tilde{f}}{f_0} = \frac{\Delta f}{f_0} - j \left(\frac{1}{2Q} - \frac{1}{2Q_0} \right) \quad (2.19)$$

et

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r'' \quad (2.20)$$

$$\mu_r = \mu_r' - j\mu_r'' \quad (2.21)$$

avec Q_0 le coefficient de qualité de la cavité vide et Q celui de la cavité chargée [47].

Dans [42, 44], les mesures des paramètres ε' et ε'' sont faites avec un matériau diélectrique de perméabilité $\mu_r = 1$.

Ainsi,

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \tilde{f}}{f_0} &= \frac{\Delta f}{f_0} - j \frac{1}{2} \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \\ &= \left[-(\varepsilon' - 1) + j\varepsilon'' \right] C_e^{-1} \end{aligned} \quad (2.22)$$

avec

$$C_e = \frac{2 \int_{V_0} |E_0|^2 dv}{\int_{v_s} e E_0^d v} \quad (2.23)$$

e le champ électrique à l'intérieur du perturbateur.

alors

$$\varepsilon' \simeq 1 - C_e \frac{\Delta f}{f_0} \quad (2.24)$$

$$\varepsilon'' \simeq -\frac{C_e}{2} \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right) \quad (2.25)$$

On peut ainsi en déduire les propriétés de l'objet inséré. La partie réelle de la fréquence de résonance est facile à mesurer avec précision. En revanche, comme montré dans [48], il est difficile d'observer les variations de $Q^{-1} - Q_0^{-1}$ car chacune de ces deux quantités est faible. Ceci implique une grande sensibilité aux erreurs compte tenu des grandes dimensions de notre cavité. Contrairement aux mesures qui se font à partir de $f - f_0$, les mesures de $Q^{-1} - Q_0^{-1}$ nécessitent des étapes intermédiaires. Le coefficient de qualité Q s'obtient par [49]

$$Q = \frac{f}{f_{3db}^+ - f_{3db}^-} \frac{1}{|1 - S_{21}|} \quad (2.26)$$

avec

$$S_{21} = 10^{\frac{S_{21}(dB)}{10}}$$

Selon (2.26) il faut mesurer S_{21} , f , f_{3db}^- , f_{3db}^+ et relever les pertes d'insertion associées. L'écart

$f_{3db}^+ - f_{3db}^-$ est la largeur de bande fréquentielle à -3dB par rapport au maximum de S_{21} .

Les mesures et simulations que nous effectuerons dans ce travail seront uniquement faites sur la partie réelle de la fréquence de résonance.

2.4 Perturbateur sphérique

Dans cette partie, nous allons étudier les moments de la relation (2.18) pour un perturbateur de forme sphérique.

2.4.1 Calcul des moments dipolaires

2.4.1.1 Moment électrique :

Un diélectrique plongé dans une région où règne un champ électrique \vec{E}_0 se polarise. Les charges induites sont à l'origine d'un champ de réaction \vec{E}_p ou champ dépolarisant. Le champ \vec{E}_i à l'intérieur du diélectrique s'écrit :

$$\vec{E}_i = \vec{E}_0 + \vec{E}_p \quad (2.27)$$

On considère un diélectrique linéaire homogène et isotrope (LHI), de forme sphérique et de permittivité absolue $\varepsilon_i = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$, plongé dans un milieu infini de permittivité absolue ε_0 . Lorsque le champ \vec{E}_0 est uniforme et parallèle à l'axe Z , la polarisation \vec{p} et le champ dépolarisant \vec{E}_p sont aussi uniformes et colinéaires à \vec{E}_0 (figure 2.3).

La densité volumique de charge est nulle, et la densité surfacique est alors donnée par $\sigma_P =$

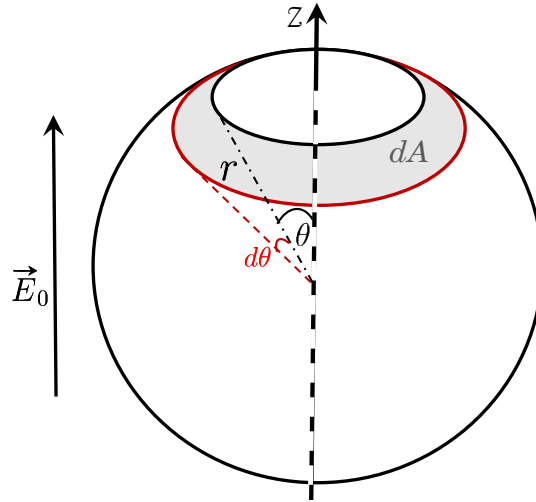


Figure 2.3 – Diélectrique sphérique plongé dans le vide où règne un champ \vec{E}_0 .

$\vec{p} \cdot \vec{n} = p \cdot \cos(\theta)$. Le champ de Lorentz (ou champ dépolarisant) créé, au centre de la sphère diélectrique, par les charges de polarisation situées sur une couronne de la sphère chargée est donné par la relation suivante [50] :

$$dE_p = \frac{p \cos(\theta)}{4 \pi \varepsilon_0 r^2} dA$$

avec $dA = 2\pi.r \sin(\theta).r.d\theta$. Le champ total créé au centre de la sphère est alors

$$\begin{aligned} \Rightarrow E_p &= \int_0^\pi \frac{p \cos(\theta)}{4 \pi \varepsilon_0 r^2} dA \\ \Rightarrow E_p &= \int_0^\pi \frac{p \cos(\theta) 2 \pi r^2 \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta}{4 \pi \varepsilon_0 r^2} \end{aligned}$$

On trouve

$$\vec{E}_p = -\frac{\vec{p}}{3\varepsilon_0} \quad (2.28)$$

où \vec{p} est la densité volumique de moment électrique au centre de la sphère, orienté suivant \vec{u}_z . Le vecteur \vec{p} est relié au champ à l'intérieur du diélectrique LHI

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \chi_r \vec{E}_i \quad (2.29)$$

avec χ_r la susceptibilité électrique du diélectrique telle que $\chi_r = \epsilon_r - 1$. L'expression du vecteur induction électrique est :

$$\vec{D} = \varepsilon_0(1 + \chi_r) \vec{E}_i \quad (2.30)$$

De (2.30), on trouve l'expression de \vec{p} suivante :

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \varepsilon_0(1 + \chi_r) \vec{E}_i - \varepsilon_0 \vec{E}_i \\ &= (\varepsilon_i - \varepsilon_0) \vec{E}_i \\ &= \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1) \vec{E}_i \end{aligned} \quad (2.31)$$

En insérant les expressions de \vec{E}_i de (2.31) et de \vec{E}_p de (2.28) dans (2.27), on trouve l'expression de la densité volumique de moment dipolaire en fonction du champ en l'absence de sphère :

$$\vec{p} = 3\varepsilon_0 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \vec{E}_0 \quad (2.32)$$

Cette expression a été calculée au centre de la sphère. Pour obtenir le moment dipolaire de la sphère totale, on utilise le fait que la densité volumique de moment électrique est uniforme sur le volume de la sphère. La polarisation totale de la sphère est donc obtenue en multipliant (2.32) par le volume de la sphère [20] [51] [52] :

$$\vec{P} = 4\pi r^3 \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \vec{E}_0 \quad (2.33)$$

2.4.1.2 Moment magnétique

Une sphère de rayon R , perméabilité μ et de perméabilité relative $\mu_r > 1$ soumise à un champ extérieur \vec{H}_0 crée un champ interne \vec{H}_i avec un moment magnétique \vec{M} (figure 2.4).

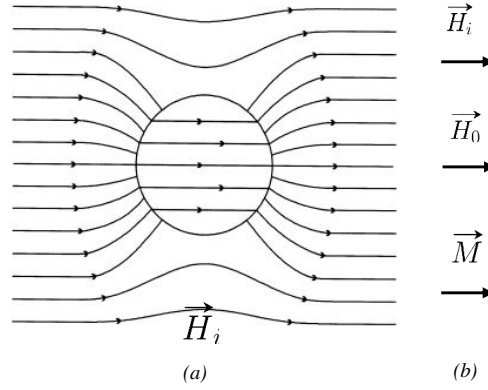


Figure 2.4 – (a) :Lignes de champ magnétique autour d'une sphère de perméabilité $\mu_r > 1$.(b) : Champ externe \vec{H}_0 , champ interne \vec{H}_i et moment \vec{M} induits à l'intérieur de la sphère.

Selon la loi de Biot et Savart, un élément de courant $I dl$ d'une spire crée en O le champ élémentaire $d\vec{B}$ perpendiculaire à la direction PO (figure 2.5) :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I \sin^3 \theta}{2r} \vec{u}_z \quad (2.34)$$

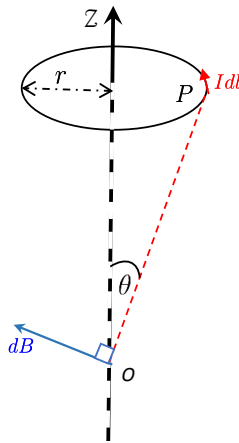


Figure 2.5 – Induction magnétique créée par une spire.

Considérons une sphère aimantée uniformément suivant l'axe (oZ) sous l'effet d'un champ magnétique \vec{H}_0 (figure 2.6).

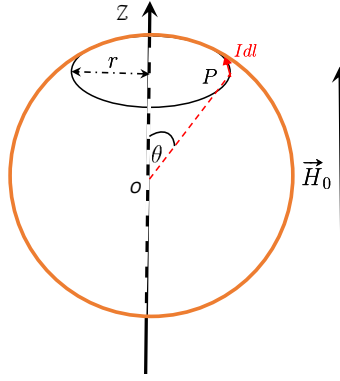


Figure 2.6 – Champ Magnétique créé au centre d'une sphère aimantée uniformément.

La densité volumique de courant est nulle et la densité surfacique est $J_s = m \sin \theta$ où m désigne la densité du moment magnétique. Ici, $r = R \sin \theta$.

La spire d'épaisseur $Rd\theta$ est parcourue par le courant $dI = J_s Rd\theta$. En utilisant (2.34), on calcule l'induction magnétique au centre de la sphère :

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \frac{\mu_0 dI \sin^3 \theta}{2r} \vec{u}_z \\ \Rightarrow d\vec{B} &= \frac{\mu_0 m \cdot \sin(\theta) R \cdot d\theta \sin^3 \theta}{2R \sin \theta} \vec{u}_z \\ \Rightarrow \vec{B} &= \int_0^\pi d\vec{B} = \frac{2\mu_0}{3} m \vec{u}_z\end{aligned}$$

Dans le cas étudié, l'aimantation du milieu est consécutive au champ magnétique extérieur \vec{H}_0 . L'induction magnétique induite au centre de la sphère, que l'on note \vec{B}_p , est donnée par :

$$\vec{B}_p = \frac{2\mu_0}{3} \vec{m} \quad (2.35)$$

Comme pour le cas électrique, on a :

$$\vec{B}_i = \vec{B}_0 + \vec{B}_p \quad (2.36)$$

avec

$$\vec{B}_i = \mu \vec{H}_i = \mu \frac{\vec{m}}{\chi_m} \quad (2.37)$$

où χ_m est la susceptibilité magnétique telle que $\chi_m = \mu_r - 1$. En divisant (2.36) par la perméabilité absolue et en remplaçant (2.35) et (2.37) dans (2.36), on trouve l'expression de la densité de moment \vec{m} suivante :

$$\vec{m} = 3 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \vec{H}_0$$

Nous rappelons que cette densité a été calculée au centre de la sphère. En la considérant uniforme

sur le volume de la sphère, le moment magnétique total est donné par l'intégrale de \vec{m} sur le volume de la sphère (2.38) [51] :

$$\vec{M} = 4\pi r^3 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \vec{H}_0 \quad (2.38)$$

2.4.2 Décalage fréquentiel

En reprenant l'équation (2.18) et en utilisant les expressions des moments dipolaires électriques (2.33) et magnétique (2.38) de la sphère, on trouve l'expression de la variation fréquentielle en fonction des champs dans la cavité vide :

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx -\frac{4\pi r^3}{2W_0} \left\{ \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0 - \mu_0 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \vec{H}_0 \cdot \vec{H}_0 \right\} \quad (2.39)$$

Pour un mode donné, en raison d'un déphasage de π , $\text{signe}\{\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0\} = -\text{signe}\{\vec{H}_0 \cdot \vec{H}_0\}$, d'où :

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx -\frac{2\pi r^3}{W_0} \left\{ \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \|\vec{E}_0\|^2 + \mu_0 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \|\vec{H}_0\|^2 \right\} \quad (2.40)$$

On notera que, dans cette expression, la permittivité relative est une grandeur complexe, sa partie imaginaire représentant les pertes dans le perturbateur. Comme déjà mentionné dans la partie 2.3, la fréquence de résonance est donc une grandeur complexe, avec une partie imaginaire fonction du coefficient de qualité du système.

Nous allons dans un premier temps examiner les deux termes $\varepsilon_0 \|\vec{E}_0\|^2$ et $\mu_0 \|\vec{H}_0\|^2$ en comparant leurs influences respectives. Nous nous intéresserons ensuite à leurs coefficients en examinant deux cas de perturbateurs particuliers : le perturbateur métallique et le perturbateur diélectrique. Ces deux cas seront à nouveau abordés au chapitre suivant relatif aux mesures effectuées.

2.4.2.1 Influence des champs électrique et magnétique

On considère le mode TE_{031} dont la fréquence de résonance théorique est $f_{031} = 480,75 \text{ MHz}$. La ligne d'observation est choisie pour avoir des champs non constants. En se plaçant par exemple sur une ligne d'observation centrée sur le plan (oxz) où $x_0 = 0$, $z_0 = 0$ et suivant l'axe (oy) , seules deux composantes des champs électrique et magnétique de ce mode sont non nulles et leurs expressions sont données par (2.41)

$$\begin{cases} E_x(x_0, y, z_0) = j\omega\mu_0 \frac{L}{3\pi} \sin\left(\frac{3\pi}{L}y\right) \\ H_z(x_0, y, z_0) = H_0 \cos\left(\frac{3\pi}{L}y\right) \end{cases} \quad (2.41)$$

La figure 2.7 montre l'évolution des deux contributions énergétiques de ces composantes suivant l'axe (oy) et leurs cartographies au centre de la CR.

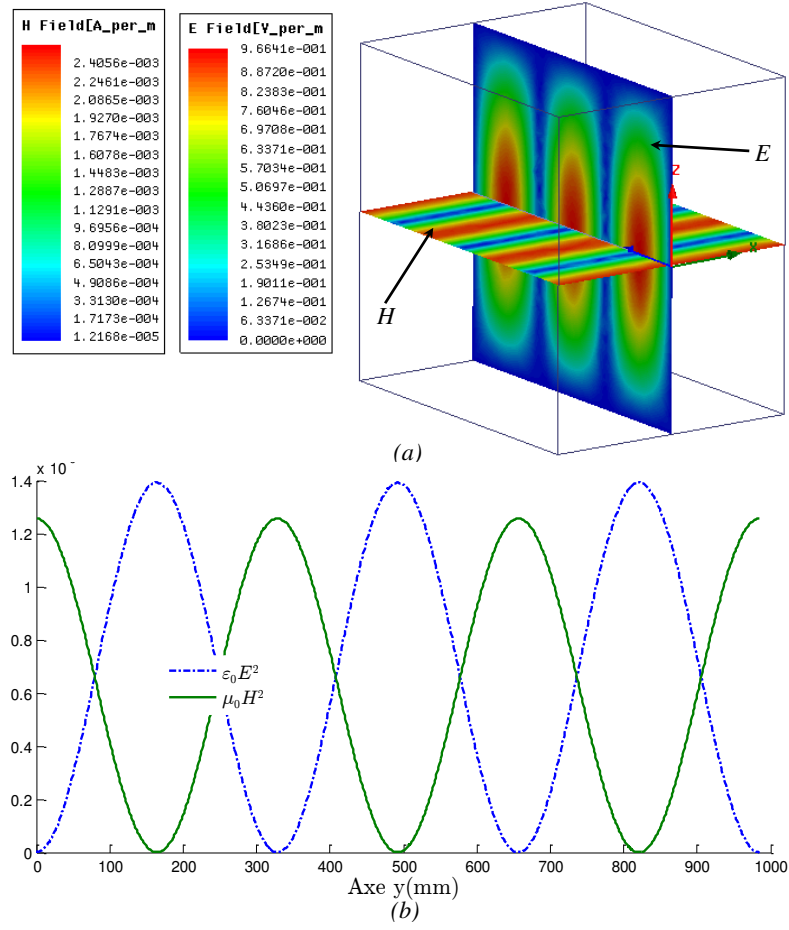


Figure 2.7 – Cartographies des amplitudes des champs électrique et magnétique (a) et leurs densités d'énergie pour H_0 unitaire.

Sur ces figures, on constate bien que la composante magnétique est constante suivant l'axe (ox).

2.4.2.2 Perturbateur métallique

Dans ce cas, l'amplitude de la permittivité effective complexe est très grande, $|\epsilon_r| \gg 1$. L'équation (2.40) devient alors :

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx -\frac{2\pi r^3}{W_0} \left\{ \epsilon_0 \|\vec{E}_0\|^2 + \mu_0 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \|\vec{H}_0\|^2 \right\} \quad (2.42)$$

Les deux champs, électrique et magnétique, ont alors une influence sur la variation fréquentielle. Le terme relatif au champ magnétique croît avec la perméabilité de la sphère, de sorte que l'influence du champ magnétique est plus faible avec un métal paramagnétique (comme l'aluminium, $\mu_r \approx 1$) qu'avec un métal ferromagnétique (comme l'acier, $\mu_r \gg 1$). Afin d'extraire plus facilement de nos mesures de fréquence de résonance la variation du champ électrique, nous

utiliserons donc une sphère en aluminium dans nos mesures.

On remarque également que le décalage fréquentiel augmente avec le rayon de la sphère. La détection de la variation fréquentielle sera alors plus aisée avec une sphère de plus grande taille. Toutefois, l'hypothèse de petite taille de l'objet perturbateur doit rester vérifiée, et l'augmentation du rayon de la sphère induit un effet d'intégration des valeurs des champs sur son volume. Un compromis sur la taille de la sphère sera donc à trouver : les comparaisons entre les résultats de simulation et de mesure obtenus avec des sphères de rayons différents seront effectuées en ce sens et présentées au chapitre 3.

Cas d'un métal ferromagnétique.

Si le métal est ferromagnétique, alors $\mu_r \gg 1$ et l'équation (2.42) devient :

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx -\frac{2\pi r^3}{W_0} \left\{ \varepsilon_0 \|\vec{E}_0\|^2 + \mu_0 \|\vec{H}_0\|^2 \right\} \quad (2.43)$$

Dans ce cas, l'influence du champ magnétique est maximisée. Les énergies électrique et magnétique ont alors des poids identiques dans la perturbation de la fréquence de résonance. L'utilisation d'un perturbateur sphérique ferromagnétique permet ainsi de mesurer l'énergie totale.

Dans ce travail, nous nous sommes intéressés plus particulièrement à l'extraction du champ électrique. Nous avons toutefois effectué des mesures avec perturbateur sphérique en acier afin de mettre en évidence l'influence importante du champ magnétique dans ce cas. Les résultats n'ont pas été concluants car le rayon du perturbateur étant grand, soit 3cm. C'est pourquoi le cas du perturbateur ferromagnétique n'est pas présenté dans les mesures.

Pour l'extraction du champ magnétique, il faudrait utiliser un perturbateur auquel serait particulièrement sensible le champ magnétique. Ceci pourrait se faire à l'aide d'un matériau de forte perméabilité, ou en adaptant la forme du perturbateur en prenant par exemple une boucle magnétique, de manière similaire à l'utilisation d'une antenne de type boucle pour la mesure du champ magnétique [53].

2.4.2.3 Perturbateur diélectrique

Avec une sphère diélectrique, la perméabilité relative étant égale à 1, le coefficient devant l'énergie magnétique s'annule et l'équation (2.40) devient :

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx -\frac{2\pi r^3}{W_0} \varepsilon_0 \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \|\vec{E}_0\|^2 \quad (2.44)$$

Le décalage de la fréquence de résonance ne dépend alors plus du champ magnétique, ce qui rend l'extraction du champ électrique plus aisée. Comme le module du décalage fréquentiel croît avec la permittivité de la sphère, il sera plus faible avec un matériau diélectrique qu'avec un

matériau métallique. Pour permettre une extraction précise de la valeur du champ électrique, l'utilisation de diélectriques à forte permittivité sera privilégiée. En effet, un perturbateur de forte permittivité présentant aussi une perméabilité égale à 1 permet à la fois d'annuler la contribution du champ magnétique mais aussi d'augmenter la densité de polarisation électrique.

2.5 Perturbateur cylindrique

2.5.1 Calcul des moments dipolaires

2.5.1.1 Moment dipolaire électrique

On considère un diélectrique de forme cylindrique soumis à un champ \vec{E}_0 parallèle à l'axe de ce cylindre. La densité volumique $\rho_v = \text{div}(P)$ de charge est nulle. La densité surfacique $\rho_s = \vec{P} \cdot \vec{n}$ est non nulle sur les surfaces de base, perpendiculaires à l'axe oz du cylindre (figure 2.8). En tout point z de l'axe du cylindre, l'expression du champ E_p est [41] :

$$\begin{aligned}
 \vec{E}_p(z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \oint \frac{(\vec{P} \cdot \vec{n})(z\vec{k} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dS' \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{-P(z\vec{k} - \vec{r}')r \cdot dr \cdot d\phi}{(z^2 + r^2)^{3/2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{P(z\vec{k} - h\vec{k} - \vec{r}')r \cdot dr \cdot d\phi}{((z-h)^2 + r^2)^{3/2}} \\
 &= \frac{P\vec{k}}{2\epsilon_0} \left[\frac{z}{\sqrt{(z^2 + r^2)}} - \frac{z-h}{\sqrt{(z-h)^2 + r^2}} \right]_0^R \\
 &= \frac{P\vec{k}}{2\epsilon_0} \left[\frac{z}{\sqrt{(z^2 + R^2)}} - \frac{z-h}{\sqrt{(z-h)^2 + R^2}} - 2 \right]
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

avec \vec{k} le vecteur unitaire de l'axe du cylindre.

Comme dans le cas sphérique, on introduit dans $\vec{E}_i = \vec{E}_0 + \vec{E}_p$ l'expression du champ E_p . Le champ E_0 est lié à P dans (2.46) .

$$\vec{P}(z) = \frac{\epsilon_0(\epsilon_r - 1)\vec{E}_0}{1 - (\epsilon_r - 1)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{z}{\sqrt{(z^2 + R^2)}} - \frac{z-h}{\sqrt{(z-h)^2 + R^2}} - 2 \right]} \tag{2.46}$$

Le champ électrique que nous venons de calculer est celui qu'on observe uniquement sur l'axe du cylindre. Nous allons cette fois considérer un point d'observation quelconque du cylindre de position (r_0, ϕ, z) , comme l'indique la figure 2.8 et calculer le champ électrique \vec{E} .

Calculons dans un premier temps le champ électrique créé en ce point par la densité de

charge du disque chargé en $z = 0$:

$$\vec{E}^{(1)} = \frac{\rho \vec{u}_z}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \int_{r=0}^{r=R} \frac{z r dr d\phi}{(r^2 - 2 r r_0 \cos(\phi) + r_0^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.47)$$

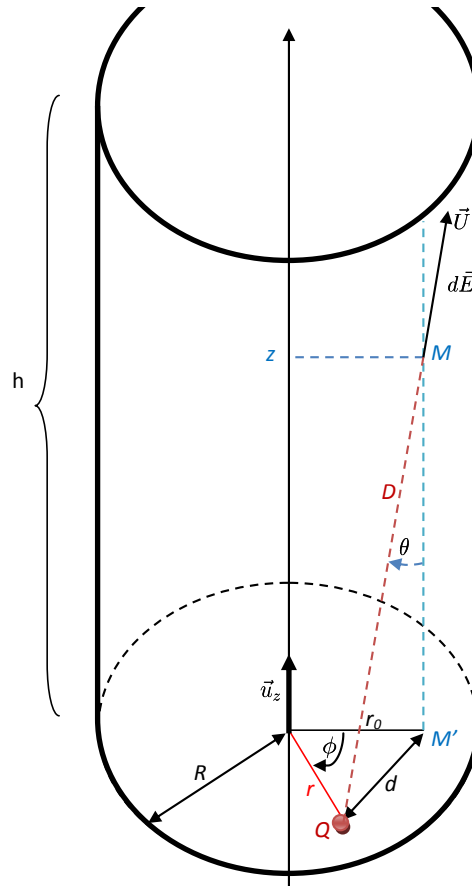


Figure 2.8 – Champ électrique élémentaire.

soit

$$\begin{aligned}
\vec{E}^{(1)} &= -\frac{z\rho\vec{u}_z}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \left[\frac{r_0^2 - r \cos(\phi) r_0 + z^2}{(-r_0^2 \cos(\phi)^2 + r_0^2 + z^2) \sqrt{r^2 - 2 \cos(\phi) r r_0 + r_0^2 + z^2}} \right]_{r=0}^{r=R} d\phi \\
&= -\frac{z\rho\vec{u}_z}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \left[\frac{(r_0^2 - R \cos(\phi) r_0 + z^2)}{(-r_0^2 \cos(\phi)^2 + r_0^2 + z^2) \sqrt{R^2 - 2 \cos(\phi) R r_0 + r_0^2 + z^2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\sqrt{r_0^2 + z^2}}{(-r_0^2 \cos(\phi)^2 + r_0^2 + z^2)} \right] d\phi \\
&= -\frac{z\rho\vec{u}_z}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \left[\frac{(r_0^2 - R \cos(\phi) r_0 + z^2)}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + z^2) \sqrt{R^2 - 2 \cos(\phi) R r_0 + r_0^2 + z^2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\sqrt{r_0^2 + z^2}}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + z^2)} \right] d\phi \\
&=
\end{aligned}$$

Le champ créé à ce même point par un disque chargé situé à $z - h$ est :

$$\begin{aligned}
\vec{E}^{(2)} &= \frac{(z - h)\rho\vec{u}_z}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \left[\frac{(r_0^2 - R \cos(\phi) r_0 + (z - h)^2)}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + (z - h)^2) \sqrt{R^2 - 2 \cos(\phi) R r_0 + r_0^2 + (z - h)^2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\sqrt{r_0^2 + (z - h)^2}}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + (z - h)^2)} \right] d\phi
\end{aligned}$$

Le champ total créé par deux disques situés à z et $z - h$ est obtenu par symétrie et est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
\vec{E}(r_0, z) &= \frac{\rho\vec{u}_z}{4\pi\epsilon_0} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \left[\frac{(z - h)(r_0^2 - R \cos(\phi) r_0 + (z - h)^2)}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + (z - h)^2) \sqrt{R^2 - 2 \cos(\phi) R r_0 + r_0^2 + (z - h)^2}} \right. \\
&\quad - \frac{(z - h)\sqrt{r_0^2 + (z - h)^2}}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + (z - h)^2)} - \frac{z(r_0^2 - R \cos(\phi) r_0 + z^2)}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + z^2) \sqrt{R^2 - 2 \cos(\phi) R r_0 + r_0^2 + z^2}} \\
&\quad \left. + \frac{z\sqrt{r_0^2 + z^2}}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + z^2)} d\phi \right]
\end{aligned}$$

de la forme :

$$\vec{E}(r_0, z) = -\frac{\vec{p}}{\epsilon_0} l e$$

avec

$$le = -\frac{1}{4\pi} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \left[\frac{(z-h)(r_0^2 - R \cos(\phi) r_0 + (z-h)^2)}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + (z-h)^2) \sqrt{R^2 - 2 \cos(\phi) R r_0 + r_0^2 + (z-h)^2}} \right. \\ \left. - \frac{(z-h)\sqrt{r_0^2 + (z-h)^2}}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + (z-h)^2)} - \frac{z(r_0^2 - R \cos(\phi) r_0 + z^2)}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + z^2) \sqrt{R^2 - 2 \cos(\phi) R r_0 + r_0^2 + z^2}} \right. \\ \left. + \frac{z\sqrt{r_0^2 + z^2}}{(r_0^2 \sin(\phi)^2 + z^2)} d\phi \right]$$

le facteur de polarisation électrique.

On notera que, par symétrie de révolution, ces grandeurs ne dépendent que des coordonnées (r_0, z) du point considéré.

On en déduit la densité de polarisation :

$$\vec{p} = \frac{\varepsilon_0 \vec{E}_0}{\frac{1}{\varepsilon_r - 1} + le} \quad (2.48)$$

et la polarisation totale du cylindre :

$$\vec{P} = \iiint \vec{p} dv \\ = \vec{E}_0 \int_{r_0=0}^{r_0=R} \int_{z=-h}^{z=0} \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \frac{\varepsilon_0}{\frac{1}{\varepsilon_r - 1} + le} dv \\ = 2\pi \varepsilon_0 \vec{E}_0 \int_{r_0=0}^{r_0=R} \int_{z=-h}^{z=0} \frac{\varepsilon_0}{\frac{1}{\varepsilon_r - 1} + le(r_0, z)} r_0 dr_0 dz \quad (2.49)$$

On constate que, sur l'axe du cylindre où $r_0 = 0$, on retrouve l'expression de \vec{P} donnée par (2.46). Ce vecteur polarisation n'a pas d'expression analytique simple, mais son calcul numérique est possible pour des dimensions fixes du cylindre.

Nous rappelons que notre objectif est de calculer l'expression de $\frac{\Delta f}{f}$ en fonction des champs E_0 et H_0 . Il nous faut donc étudier également l'effet du champ magnétique sur ce cylindre.

2.5.1.2 Moment dipolaire magnétique

L'immersion d'un cylindre de rayon R et de longueur L dans un champ magnétique uniforme H_0 parallèle à son axe, crée une magnétisation M (figure 2.9).

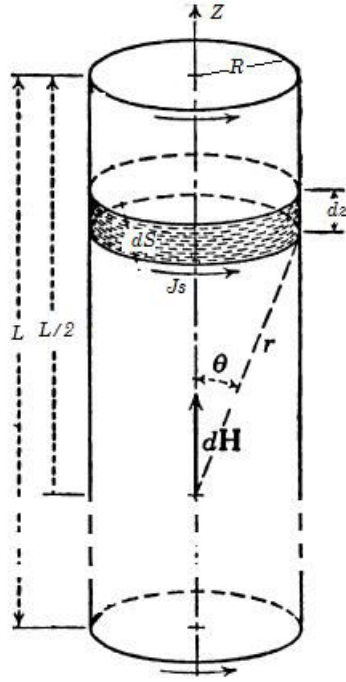


Figure 2.9 – Distribution du courant magnétique dans un cylindre soumis au champ H_0 .

Nous pouvons le considérer comme un solénoïde de longueur L . La densité de courant $j = M$ le long du cylindre crée un courant $dI = Mdz'$ pour une boucle de rayon d'épaisseur dz' centrée en z' . L'induction magnétique induite en un point z de l'axe par une boucle plane de rayon R , centrée à z' et parcourue par un courant dI est :

$$\begin{aligned} d\vec{B}(0, 0, z) &= \frac{\mu_0 R^2 dI \vec{k}}{2 [R^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{\mu_0 R^2 M dz' \vec{k}}{2 [R^2 + (z - z')^2]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

En intégrant cette expression de $z' = 0$ à $z' = L$ pour obtenir la contribution totale du cylindre, on trouve :

$$\vec{B}(0, 0, z) = \frac{\mu_0 M}{2} \left[\frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} + \frac{L - z}{\sqrt{(L - z)^2 + R^2}} \right] \quad (2.50)$$

On cherche alors le champ total \vec{H}_i à l'intérieur du cylindre. L'induction magnétique à l'intérieur du cylindre s'écrit :

$$\vec{B}_i = \vec{B}_0 + \vec{B}_p$$

avec

$$\vec{B}_i = \mu \vec{H}_i = \mu \frac{\vec{M}}{\chi}$$

$$\chi = \mu_r - 1, \mu = \mu_0 \mu_r$$

et

$$\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H}_0$$

On trouve une expression de la densité de moment similaire à celle du cas électrique en tout point de l'axe égale à

$$\vec{M}(z) = \frac{(\mu_r - 1) \vec{H}_0}{\mu_r - \frac{1}{2}(\mu_r - 1) \left[\frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} + \frac{L-z}{\sqrt{(L-z)^2 + R^2}} \right]} \quad (2.51)$$

Par analogie avec le calcul du facteur de polarisation électrique le , on peut calculer le facteur de polarisation magnétique lm .

Dans [54], on définit des facteurs de polarisation relatifs aux trois composantes du champ source, et ceci pour différentes géométries de l'objet (sphère ou cylindre). Dans le cas général, la polarisation de l'objet dépend de son orientation par rapport à celle du champ extérieur ; c'est pourquoi ces facteurs s'écrivent sous la forme de tenseurs.

Cependant, dans le cas de la sphère vu précédemment, cette action d'orientation n'intervient pas ; ces facteurs sont alors scalaires et s'écrivent :

$$le = lm = \frac{1}{3} \quad (2.52)$$

ainsi, on a

$$\vec{E}_p = -l_e \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}$$

Dans le cas du cylindre, le facteur est un tenseur. Sur l'axe du cylindre, il s'écrit [51] :

$$\begin{aligned} \bar{l}(0, 0, z) = & \left[1 - \frac{1}{2} \frac{h_1}{\sqrt{R^2 + h_1^2}} - \frac{1}{2} \frac{h_1}{\sqrt{R^2 + h_1^2}} \right] UzUz + \\ & \frac{1}{4} \left[\frac{h_1}{\sqrt{R^2 + h_1^2}} + \frac{h_2}{\sqrt{R^2 + h_2^2}} \right] (UxUx + UyUy) \end{aligned} \quad (2.53)$$

Ce facteur n'est pas uniforme dans le cylindre [55, 56, 57] et varie en fonction des coordonnées r et z du point d'observation. Son intégration sur le volume du cylindre est donc difficile à calculer. C'est pourquoi nous allons faire dans le paragraphe qui suit une approximation de ce facteur en approchant le cylindre par un ellipsoïde, ce qui conduira à un facteur de polarisation uniforme [51]

2.5.1.3 Densités de polarisation d'un ellipsoïde

La raison principale pour laquelle nous considérons un perturbateur de forme ellipsoïdale est de contourner le problème que nous avons rencontré aux calculs précédents dans lesquels nous n'avons pas une expression analytique du moment de polarisation à cause de la non-uniformité des densités de polarisation conduisant à des intégrations complexes.

Soit un ellipsoïde de grand axe $2a$ suivant (oz) et d'excentricité $e = \sqrt{1 - (c/a)^2}$ comme le montre la figure 2.10. Homogène, il est composé d'un matériau de permittivité relative ε_r^* (potentiellement complexe) et perméabilité relative μ_r . Nous prendrons $b = c$ et $a \gg b$. Les

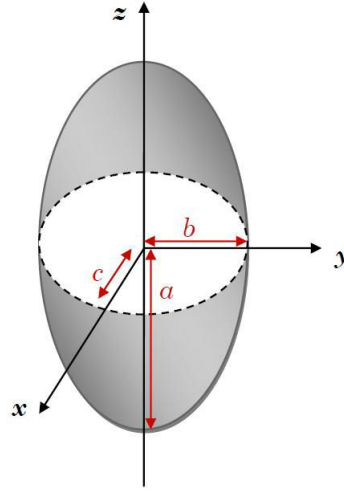


Figure 2.10 – Ellipsoïde de grand axe orienté parallèlement à (oz) .

facteurs de polarisation électrique et magnétique dépendent de l'orientation des vecteurs champ électrique E_0 et champ magnétique H_0 externes. Tous deux ont la même expression [58] :

$$\bar{l}_e = \bar{l}_m = l_{\perp} \vec{U}_x \vec{U}_x + l_{\perp} \vec{U}_y \vec{U}_y + l_{//} \vec{U}_z \vec{U}_z$$

avec $l_{//}$ et l_{\perp} les facteurs de polarisation induits par un champ parallèle ou perpendiculaire à l'axe principal de l'ellipsoïde, donnés par :

$$l_{//} = \frac{1 - e^2}{e^2} \left[\frac{1}{2e} \ln \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right) - 1 \right] \quad (2.54)$$

$$l_{\perp} = \frac{1 - e^2}{2e^2} \left[\frac{1}{1 - e^2} - \frac{1}{2e} \ln \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right) \right] \quad (2.55)$$

On en déduit la densité volumique de moment dipolaire :

$$\vec{p} = \varepsilon_0 \bar{p}_e \vec{E}_0 \quad (2.56)$$

avec le dyadique polarisation électrique :

$$\bar{\bar{p}}_e = \frac{\varepsilon_r^* - 1}{1 + (\varepsilon_r^* - 1)l_\perp} \vec{U}_x \vec{U}_x + \frac{\varepsilon_r^* - 1}{1 + (\varepsilon_r^* - 1)l_\perp} \vec{U}_y \vec{U}_y + \frac{\varepsilon_r^* - 1}{1 + (\varepsilon_r^* - 1)l_{//}} \vec{U}_z \vec{U}_z \quad (2.57)$$

De façon similaire, la densité volumique de moment magnétique est donnée par

$$\vec{m} = \mu_0 \bar{\bar{p}}_m \vec{H}_0 \quad (2.58)$$

avec le dyadique polarisation électrique :

$$\bar{\bar{p}}_m = \frac{\mu_r - 1}{1 + (\mu_r - 1)l_\perp} \vec{U}_x \vec{U}_x + \frac{\mu_r - 1}{1 + (\mu_r - 1)l_\perp} \vec{U}_y \vec{U}_y + \frac{\mu_r - 1}{1 + (\mu_r - 1)l_{//}} \vec{U}_z \vec{U}_z \quad (2.59)$$

On note que, sous l'hypothèse que les champs externes peuvent être considérés comme constants sur l'échantillon (petit objet-approximation basse fréquence), les densités volumiques de moment dipolaire électrique et magnétique sont uniformes. Les moments électrique et magnétique sont donc donnés par

$$\vec{P} = V \vec{p} \quad (2.60)$$

$$\vec{M} = V \vec{m} \quad (2.61)$$

avec

$$\begin{aligned} V &= \frac{4\pi}{3} abc \\ &= \frac{4\pi}{3} ab^2 \end{aligned}$$

le volume de l'ellipsoïde.

A partir des expressions des moments électrique et magnétique, on trouve la relation entre le décalage de la fréquence de résonance et les propriétés de l'objet perturbateur ainsi que les champs électrique $\vec{E} = (E_{ox}, E_{oy}, E_{oz})^t$ et magnétique $\vec{H} = (H_{ox}, H_{oy}, H_{oz})^t$ de la cavité vide à la position de l'ellipsoïde perturbateur :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f}{f_0} &= \frac{\mu_0 V}{2W_0} \vec{H}_0 \cdot \left[\frac{\mu_r - 1}{1 + (\mu_r - 1)l_\perp} H_{ox} \vec{U}_x + \frac{\mu_r - 1}{1 + (\mu_r - 1)l_\perp} H_{oy} \vec{U}_y \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mu_r - 1}{1 + (\mu_r - 1)l_{//}} H_{oz} \vec{U}_z \right] - \frac{\varepsilon_0 V}{2W_0} \vec{E}_0 \cdot \left[\frac{\varepsilon_r^* - 1}{1 + (\varepsilon_r^* - 1)l_\perp} E_{ox} \vec{U}_x + \right. \\ &\quad \left. \frac{\varepsilon_r^* - 1}{1 + (\varepsilon_r^* - 1)l_\perp} E_{oy} \vec{U}_y + \frac{\varepsilon_r^* - 1}{1 + (\varepsilon_r^* - 1)l_{//}} E_{oz} \vec{U}_z \right] \end{aligned} \quad (2.62)$$

avec E_{oi} et H_{oi} les composantes électrique et magnétique suivant l'axe i .

Le passage au cas d'une sphère se fait en prenant $a = b = c$. Pour étudier le passage d'un ellipsoïde fin à une sphère, nous avons tracé les variations de $l_{//}$ et l_{\perp} en fonction du rapport axial $\beta = \frac{c}{a}$ variant de 0.01 à 1. $\beta = 1$ correspond au cas sphérique et $\beta = 0.01$ à un ellipsoïde très fin.

On retrouve la valeur de $\frac{1}{3}$ pour la sphère. Lorsque l'ellipsoïde est fin, l_{\perp} tend vers 0 et $l_{//}$ vers $\frac{1}{2}$.

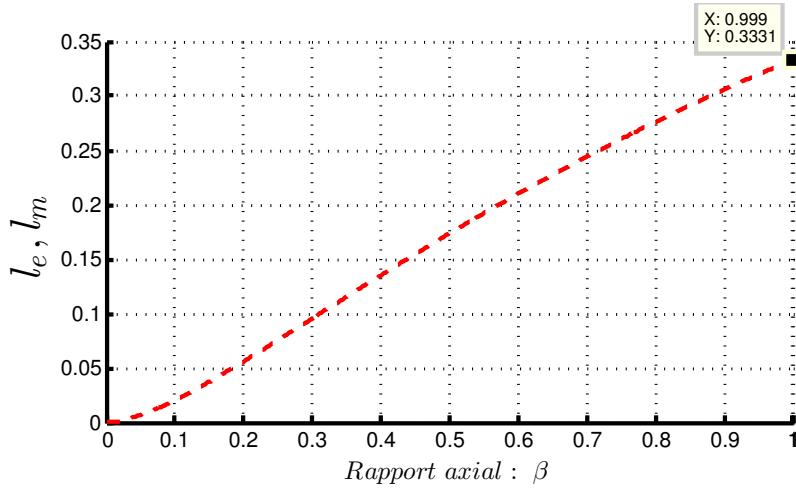


Figure 2.11 – Facteurs de polarisation pour un champ orthogonal ou perpendiculaire à son axe principal.

Intéressons-nous maintenant à l'effet du rapport axial sur les différentes composantes des moments électrique et magnétique.

Afin de quantifier l'influence des différentes composantes de champ sur le décalage fréquentiel, on compare les composantes parallèle et perpendiculaire du moment électrique à l'aide du rapport R_p :

$$\begin{aligned}
 R_p &= \frac{p_z}{p_{x,y}} \\
 &= \frac{1 + (\epsilon_r^* - 1)l_{\perp}}{1 + (\epsilon_r^* - 1)l_{//}}
 \end{aligned} \tag{2.63}$$

Ce rapport croît avec l'amplitude de la permittivité relative et avec l'excentricité de l'ellipsoïde.

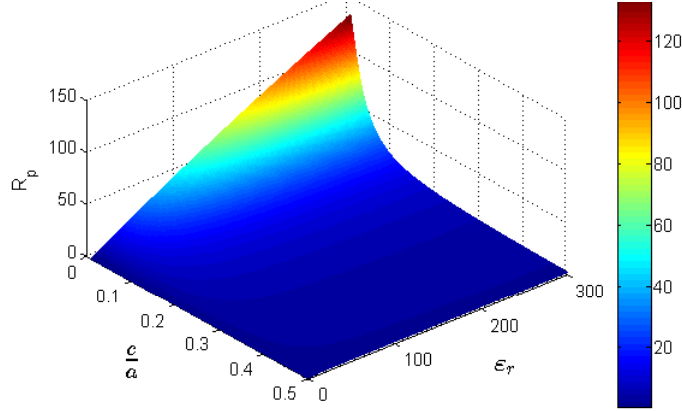


Figure 2.12 – Variation de R_p en fonction de la permittivité relative et du rapport axial β .

Ceci implique que, pour un ellipsoïde fin de permittivité élevée, la contribution des composantes orthogonales du champ électrique est négligeable en comparaison de celle de la composante parallèle à l'axe du cylindre. Dans nos mesures, nous avons utilisé un cylindre (considéré ici comme un ellipsoïde) en aluminium de rapport axial $\beta = \frac{c}{a} = 0.0174$; à la fréquence de mesure 925MHz, le rapport R_p atteint 440, de sorte que le décalage fréquentiel peut être attribué à la seule composante parallèle du champ, ce qui nous permet d'extraire cette dernière.

Nous pouvons faire la même analyse à partir du moment magnétique, à l'aide du rapport R_m :

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{m_z}{m_{x,y}} \\ &= \frac{1 + (\mu_r^* - 1)l_{\perp}}{1 + (\mu_r^* - 1)l_{//}} \end{aligned} \quad (2.64)$$

De manière similaire à R_p , R_m croît avec la perméabilité du matériau et avec l'excentricité de l'ellipsoïde.

Dans notre cas du cylindre, les grandeurs caractéristiques sont le rayon $r = b = c$ et $h = 2a$ (voir figure 2.13). Nous considérons que ce cylindre est très fin, de sorte que seules les composantes de champ parallèles à son axe deviennent influentes. Le décalage fréquentiel s'écrit

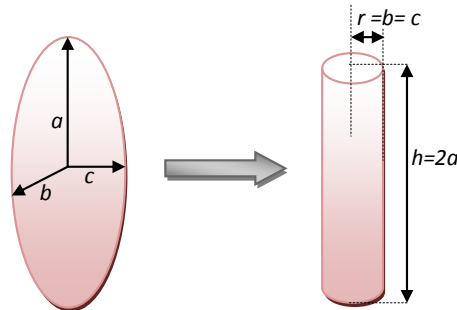


Figure 2.13 – Illustration de la correspondance ellipsoïde-cylindre.

alors

$$\frac{\Delta f}{f} \approx -\frac{4\pi r^2 h}{12W_0} \left[\frac{\varepsilon_0 \cdot E_{0z}^2}{\frac{1}{\varepsilon_r^* - 1} + \frac{e^2 - 1}{e^2} \left[\frac{1}{2e} \ln \left(\frac{e+1}{1-e} \right) - 1 \right]} + \frac{\mu_0 \cdot H_{0z}^2}{\frac{1}{\mu_r - 1} + \frac{e^2 - 1}{e^2} \left[\frac{1}{2e} \ln \left(\frac{e+1}{1-e} \right) - 1 \right]} \right] \quad (2.65)$$

2.5.2 Décalage fréquentiel

Rappelons l'expression générale du décalage fréquentiel de la résonance induite par un petit perturbateur de forme et de composition quelconque :

$$\frac{\Delta f}{f_0} = - \left[\frac{\vec{E}_0}{2W_0} \cdot \iiint_{v_s} \vec{p} dv + \frac{\mu_0 \vec{H}_0}{2W_0} \cdot \iiint_{v_s} \vec{m} dv \right]$$

Nous venons de montrer que pour un perturbateur cylindrique fin, seules les composantes parallèles à l'axe principale du cylindre (ici oz) sont influentes. Ce décalage s'écrit alors :

$$\frac{\Delta f}{f} \approx -\frac{\pi r^2 h}{3W_0} \left[\frac{\varepsilon_0 \cdot E_{0z}^2}{\frac{1}{\varepsilon_r - 1} + \frac{e^2 - 1}{e^2} \left[\frac{1}{2e} \ln \left(\frac{e+1}{1-e} \right) - 1 \right]} + \frac{\mu_0 \cdot H_{0z}^2}{\frac{1}{\mu_r - 1} + \frac{e^2 - 1}{e^2} \left[\frac{1}{2e} \ln \left(\frac{e+1}{1-e} \right) - 1 \right]} \right] \quad (2.66)$$

où E_{0z} et H_{0z} représentent les composantes des champs sources parallèles à l'axe du cylindre.

De même que pour le perturbateur sphérique, deux aspects peuvent être soulignés. Tout d'abord, les deux types de champ ont une influence sur la fréquence de résonance ; nous allons examiner plus en détail les cas particuliers des perturbateurs métallique et diélectrique afin d'effectuer un choix de matériau adapté. Par ailleurs, le décalage fréquentiel est proportionnel au volume du perturbateur. Ceci impliquera un compromis sur le choix des dimensions du cylindre, tout en respectant l'hypothèse de perturbateur de petite taille.

2.5.2.1 Perturbateur métallique

Dans ce cas, de même que pour le perturbateur sphérique, les deux types de champ sont influents sur le décalage fréquentiel. Ce décalage fait intervenir des densités d'énergie électrique et magnétique, en moyenne égales. Nous allons donc comparer les coefficients Δf_E et Δf_H devant ces deux densités d'énergie :

$$\begin{aligned} R_{EH} &= \frac{\Delta f_E}{\Delta f_H} \\ &= \frac{\frac{1}{\mu_r - 1} + l_{//}}{\frac{1}{\varepsilon_r^* - 1} + l_{//}} \end{aligned} \quad (2.67)$$

Dans le cas d'un métal, $|\varepsilon_r^*| \gg 1$, de sorte que

$$\frac{1}{|\varepsilon_r^* - 1|} \ll 1$$

En revanche, pour un métal paramagnétique (aluminium) $\mu_r \approx 1$ et

$$\frac{1}{|\mu_r - 1|} \gg 1$$

Ceci implique $|R_{EH}| \gg 1$

L'influence du champ électrique est donc fortement prépondérante, et on peut écrire :

$$\frac{\Delta f}{f_0} \simeq -\frac{\pi r^2 h}{3W_0} \frac{\varepsilon_0 E_{oz}^2}{l_{//}} \quad (2.68)$$

On en déduit l'expression de la composante du champ électrique suivant l'axe du cylindre :

$$E_{oz} = K_1 \sqrt{\left| \frac{\Delta f}{f_0} \right|} \quad (2.69)$$

avec

$$K_1 = \sqrt{\frac{3W_0 |l_{//}|}{\pi r^2 h \varepsilon_0}} \quad (2.70)$$

On peut donc extraire l'amplitude de E_{oz} de la cavité vide à la position du perturbateur.

2.5.2.2 Perturbateur diélectrique

De même que dans le cas du perturbateur sphérique, le champ magnétique n'a plus aucun impact sur le décalage fréquentiel.

$$\frac{\Delta f}{f_o} = -\frac{\pi r^2 h}{3W_0} \frac{\varepsilon_0 E_{oz}^2}{\frac{1}{\varepsilon_r - 1} + l_{//}} \quad (2.71)$$

On peut alors extraire la composante E_{oz} :

$$E_{oz} = K_2 \sqrt{\left| \frac{\Delta f}{f_0} \right|} \quad (2.72)$$

avec

$$K_2 = \sqrt{\frac{3W_0 \left| \left(\frac{1}{\varepsilon_r - 1} + l_{//} \right) \right|}{\pi r^2 h \varepsilon_0}} \quad (2.73)$$

Ainsi, l'utilisation d'un perturbateur cylindrique permet d'extraire l'amplitude d'une composante du champ électrique (et grâce à trois mesures effectuées avec le perturbateur orienté successivement suivant les trois axes, d'extraire ses trois composantes), tandis que le perturbateur sphérique conduit à l'amplitude du champ électrique total.

2.6 Domaines d'application des mesures perturbatives en cavité résonante

Selon (2.62), le décalage de fréquence dépend des propriétés du matériau constitutif de l'élément perturbateur. C'est pourquoi la théorie des perturbations est largement utilisée pour caractériser les propriétés de l'élément perturbateur utilisé dans la cavité [39, 59]. Dans notre cas, nous allons exploiter la sensibilité de la fréquence de résonance pour extraire les propriétés du champ [60, 61].

La relation entre la variation de la fréquence de résonance et celle de l'amplitude des champs à l'intérieur de la cavité non perturbée est utilisée pour obtenir la distribution du champ électrique au moyen de mesures de fréquences de résonance en changeant la position de l'élément perturbateur dans la cavité. À noter que certains systèmes de mesure basés sur la théorie des perturbations ont déjà été développés pour mesurer des distributions de champ dans une cavité électromagnétique 2D ou 3D [62, 63, 64], ainsi que sur l'axe central d'une cavité RF supraconductrice dédiée à un accélérateur de particules [65].

Toutes les cavités mesurées présentaient un facteur de qualité très élevé, ce qui a facilité une détection précise de la fréquence de résonance ; en effet, si le facteur de qualité est élevé cela se traduit par une variation abrupte du coefficient de réflexion mesuré, ce qui limite le chevauchement de modes. Notre objectif dans cette thèse est d'adapter cette technique de mesure au cas d'une cavité électromagnétique de grande taille, de forme arbitraire, et de facteur de qualité modéré. Pour ce faire, nous allons ajuster les paramètres du système de mesure et étudier la qualité des mesures faites.

2.7 Études paramétriques par simulations

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'étude de l'influence du perturbateur (sa géométrie et sa matière) sur l'extraction du champ. L'étude sera faite sur deux perturbateurs de formes sphérique et cylindrique.

2.7.1 Cavité étudiée

La figure 2.14 représente la cavité étudiée dont les côtés W , L et H suivant les axes x , y , z mesurent respectivement 0.785, 0.985 et 0.995 m.

L'étude menée en simulation porte sur la recherche des éléments propres (mode et fréquence) du champ dans la cavité.

On notera que nous n'avons pas introduit de pertes dans la simulation (parois métalliques en métal parfait) ce qui a pour conséquence un facteur de qualité infini. Ceci augmente la sensibilité

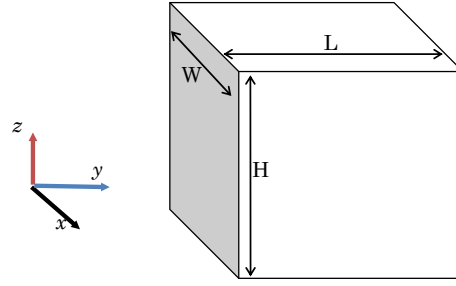


Figure 2.14 – Cavité étudiée à vide.

de la cavité vis-à-vis du perturbateur.

2.7.2   tude avec un perturbateur sphérique

Nous allons tout d'abord valider la dépendance du décalage fréquentiel avec le rayon du perturbateur. Selon (2.40), le décalage fréquentiel est proportionnel au volume du perturbateur :

$$\frac{\delta f}{f_0} \propto \frac{2\pi}{W_0} r^3 \quad (2.74)$$

Nous avons choisi de mener cette étude sur le mode TE_{021} de fréquence de résonance théorique f_0 sans perturbateur de $339,602MHz$. Ce champ possède trois composantes de champ non nulles, E_x , H_y et H_z données, pour une origine située au centre d'une face perpendiculaire à (Oy) (figure 2.14), par (2.75), (2.76) et (2.77).

$$E_x \propto \sin\left(\frac{n\pi}{L}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{H}\left(z - \frac{H}{2}\right)\right) \quad (2.75)$$

$$H_y \propto \sin\left(\frac{n\pi}{L}y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{H}\left(z - \frac{H}{2}\right)\right) \quad (2.76)$$

$$H_z \propto \cos\left(\frac{n\pi}{L}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{H}\left(z - \frac{H}{2}\right)\right) \quad (2.77)$$

avec $\{n, p\}$ deux entiers non-nuls. Pour notre mode, ils valent respectivement 2 et 1.

Les observations seront faites pour un perturbateur positionné sur la ligne ($x = 0$, $z = 0$). Les composantes des champs deviennent alors :

$$E_x \propto \sin\left(\frac{n\pi}{L}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{H}\left(z - \frac{H}{2}\right)\right) \quad (2.78)$$

$$H_z \propto \cos\left(\frac{n\pi}{L}y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{H}\left(z - \frac{H}{2}\right)\right) \quad (2.79)$$

On observe alors que, pour $y = L/4$, le champ électrique est maximum alors que le champ magnétique s'annule, tandis qu'en $y = L/2$, le champ électrique s'annule et le champ magnétique est maximum. Nos observations seront faites en centrant les perturbateurs sur ces deux positions particulières.

Nous avons choisi deux perturbateurs de forme sphérique en aluminium et en diélectrique. Pour chaque sphère, nous avons fait varier le rayon entre 2,5 et 25mm pour une position fixe. Comme précédemment indiqué, les observations sont faites sur les positions $(x = 0, y = L/4, z = 0)$ et $(x = 0, y = L/2, z = 0)$.

2.7.2.1 Sphère en aluminium

En simulant la cavité vide puis avec un perturbateur en aluminium de rayon variable, nous avons déterminé la variation de la fréquence de résonance du mode choisi (TE_{021}) en fonction de la taille du perturbateur, et ceci pour les deux positions de perturbateur annoncées (figure 2.15).

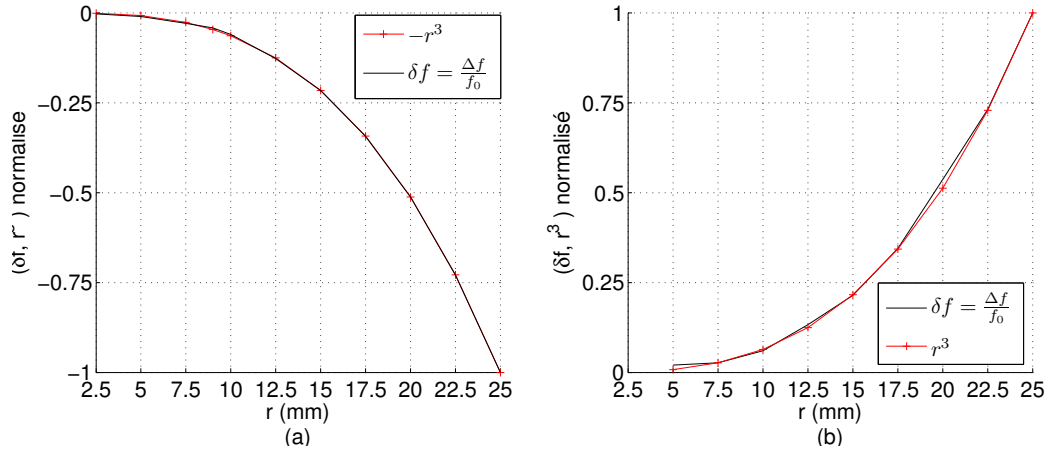


Figure 2.15 – Variation de δf et r^3 en fonction du rayon pour une sphère en aluminium placée en $y = L/4$ (a) et $y = L/2$ (b).

Comme attendu (Eq.(2.42)), les décalages fréquentiels sont négatifs en $y = L/4$ où le champ H s'annule et E est maximum, et sont positifs en $y = L/2$ où E s'annule et H est maximum. Comme expliqué précédemment, avec une sphère en aluminium, la variation de la fréquence de résonance dépend à la fois des énergies électrique et magnétique. La prépondérance d'une composante (électrique ou magnétique) sur une autre dépend de la position du perturbateur. On constate par ailleurs que l'amplitude du décalage est proportionnelle à r^3 , comme prédit par l'équation (2.74).

2.7.2.2 Sphère diélectrique

On observe cette fois-ci, pour les mêmes positions du perturbateur, les variations δf avec une sphère diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$.

	L/4		L/2	
r(mm)	δf	$-\delta f/r^3$	δf	$-\delta f/r^3$
5	-1656	13	-416	3.3
9	-7440	10	-492	0.67
15	-33450	9.9	-802	0.24
20	-154900	9.9	-5167	0.33

Tableau 2.1 – Variation de $\delta f(Hz)$ en fonction du rayon pour une sphère diélectrique placée à $L/4$ et $L/2$.

On constate que, comme prédit par l'équation (2.44), les variations δf sont négatives (tableau 2.1), aussi bien sur les nœuds que sur les ventres de la composante électrique. Ceci montre que la perturbation est principalement le fait du champ électrique, contrairement au cas métallique. L'utilisation d'un diélectrique permet ainsi d'extraire directement le champ électrique.

Les résultats du tableau 2.1 permettent de faire plusieurs remarques.

Tout d'abord, l'écart fréquentiel est beaucoup plus important quand la sphère est placée sur un ventre que sur un nœud du champ électrique. Ensuite, lorsque la sphère est située sur un ventre, le décalage fréquentiel varie avec le rayon de la sphère de manière similaire à r^3 . Ceci est moins vrai lorsque la sphère concorde avec un nœud du champ. ceci s'explique aisément : la variation spatiale du champ est rapide autour d'un nœud, si bien que le champ dans la cavité vide ne peut être considéré comme constant sur le volume occupé par le perturbateur. A contrario, la dérivée spatiale du champ s'annule en un ventre, si bien que sa variation spatiale est plus lente. Ceci laisse présumer que la détection des nœuds du champ électrique sera plus délicate que celle des ventres.

2.7.3 Étude avec un perturbateur cylindrique

Nous nous intéressons cette fois à l'influence des dimensions du perturbateur cylindrique sur l'extraction du champ électrique. Le mode étudié est le TE_{061} dont la fréquence à vide est $f = 925.4MHz$. Le champ électrique de ce mode ne comporte qu'une seule composante non nulle, E_x , de variation spatiale :

$$E_x \propto \sin\left(\frac{6\pi}{L}y\right) \sin\left(\frac{\pi}{H}\left(z - \frac{H}{2}\right)\right) \quad (2.80)$$

L'étude se fait avec un perturbateur cylindrique en cuivre dont l'axe est orienté parallèlement à la composante du champ à perturber. Les simulations sont faites tout d'abord avec un perturbateur de rayon $r = 3,85/2mm$ et une hauteur de $110mm$.

Perturbateur placé à 246 mm de la paroi verticale

On observe, dans le plan $z = 0$, la cartographie du champ électrique autour du perturbateur centré en $(x = 0, y = 246\text{mm}(= 3L/12), z = 0)$ dans la cavité (figure 2.16). Par raison de symétrie, seule la moitié de la section de la cavité telle que $x > 0$ est représentée ici. On constate que le champ électrique est plus fortement perturbé au bout du perturbateur qu'au centre.

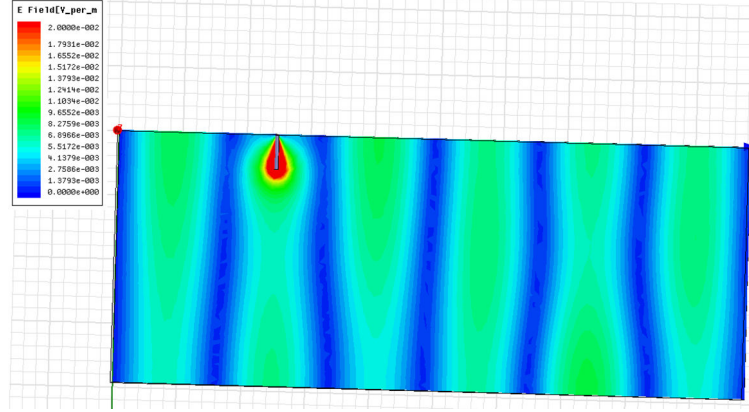


Figure 2.16 – Distribution dans le plan $z = 0$ du champ électrique autour du perturbateur centré en $(x = 0, y = 246\text{mm}, z = 0)$.

Perturbateur placé à 76mm de la paroi verticale

Nous allons cette fois placer le perturbateur à 76mm de la paroi verticale $y = 0$ de la cavité, en l'orientant toujours parallèlement à l'axe ox (figure 2.17) La perturbation du champ autour

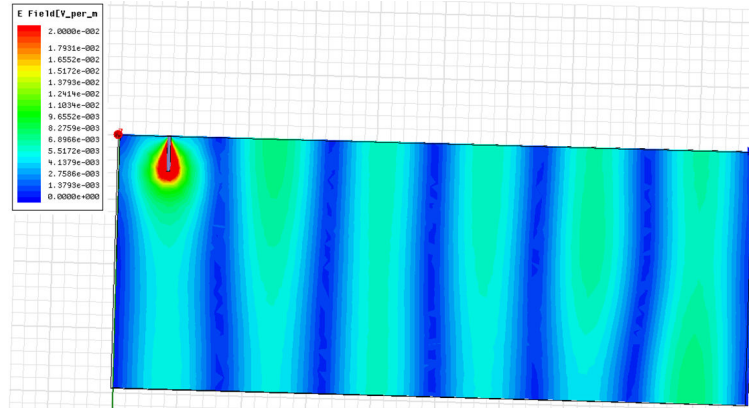


Figure 2.17 – Distribution du champ électrique dans le plan $z=0$ pour un perturbateur placé en $y = 76\text{mm}$.

du cylindre est similaire à celle obtenue à 246mm de la paroi.

Perturbateur placé à 38mm de la paroi verticale :

Nous avons rapproché davantage le perturbateur de la paroi verticale en le plaçant à 38mm (figure 2.18). La cartographie de la figure 2.18 montre que la répartition du champ autour du cylindre diffère de celle obtenue pour un cylindre plus éloigné de la paroi verticale de la cavité. Ceci s'explique par l'apparition d'un couplage entre la paroi et le perturbateur.

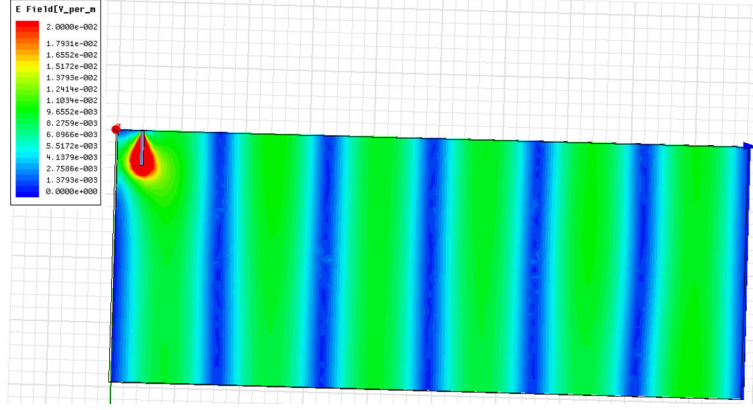


Figure 2.18 – Distribution du champ électrique autour du perturbateur placé en $y = 38\text{mm}$.

Afin d'estimer l'influence de cette différence de comportement proche de la paroi, nous avons déplacé le perturbateur le long de la ligne d'observation ($x = 0, z = 0$), et nous avons relevé les fréquences de résonance pour chaque position du perturbateur (figure 2.19).

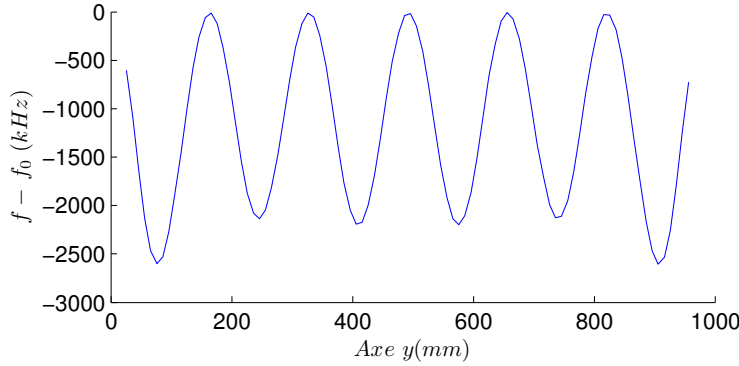


Figure 2.19 – Décalage de fréquence pour un perturbateur le long de la ligne ($x = W/2, z = H/2$).

L'effet des bords se traduit par une variation des deux maxima externes de la courbe par rapport aux maxima internes (figure 2.19).

Dans le cas présenté, le perturbateur est assez long et l'hypothèse de **petite** taille n'est pas respectée. Les résultats obtenus sur la variation fréquentielle sont toutefois acceptables en dehors des bords en raison de l'invariance du champ suivant l'axe (ox). Il faut également noter que l'hypothèse quatre selon laquelle la présence du perturbateur ne modifie pas le champ dans le volume $V_0 - v_s$ n'est pas respectée. En effet, sur les figures 2.16, 2.17 et 2.18, on constate que la distribution du champ est modifiée sur un volume important et que les cartographies du champ

ne sont plus invariantes suivant l'axe (ox).

Ainsi, nous venons de voir qu'avec les dimensions du perturbateur $r = 3mm$ et $h = 110mm$, les perturbations ne sont pas locales. Pour minimiser les couplages et respecter les hypothèses nécessaires, nous avons choisi de réduire les dimensions du perturbateur et de prendre un perturbateur de rapport *rayon sur hauteur* égal à un dixième.

Nous avons choisi un perturbateur en aluminium de rayon $r = 3mm$ et de hauteur $h = 30mm$ placé à $76mm$ du mur de la cavité (figure 2.20).

On constate que, contrairement à ce que nous avons observé avec le cylindre plus grand, les perturbations sont locales autour de l'élément perturbateur. La cartographie révèle un champ quasiment invariant suivant l'axe (ox), ce qui implique que l'hypothèse quatre est bien satisfaite.

Bien que les faibles dimensions du perturbateur soient en accord avec la théorie, on peut s'at-

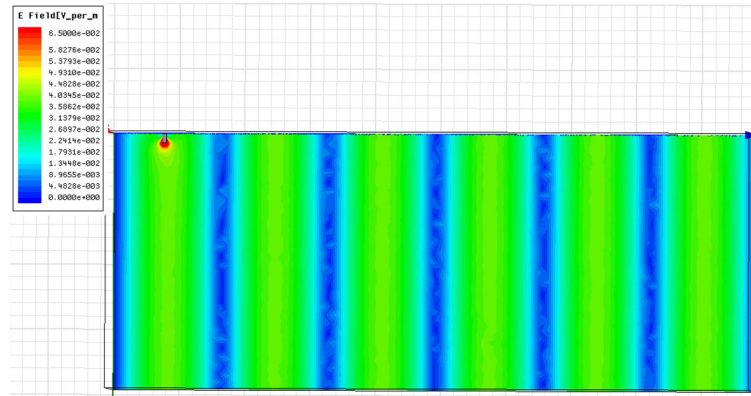


Figure 2.20 – Distribution du champ électrique dans la cavité avec un perturbateur de rayon $r = 3mm$ et de hauteur $h = 30mm$ placé à $y = 76mm$.

tendre en pratique à des problèmes de sensibilité liés aux faibles variations de fréquence de résonance pour un perturbateur de si faible volume.

Des simulations paramétriques doivent être faites pour optimiser la taille du cylindre à utiliser. Cette optimisation sera l'objet de chapitre suivant. Rappelons que pour mesurer le champ électrique, il faut placer le perturbateur parallèlement à la composante à mesurer et faire varier sa position le long de l'axe sur lequel on veut observer le champ.

Comme dans le cas d'un perturbateur sphérique, les paramètres caractéristiques du perturbateur cylindrique ont un impact sur la précision de la mesure du champ électrique..

2.8 Conclusion

Nous avons abordé dans ce chapitre un domaine du champ d'application de la théorie des perturbations. Nous avons tout d'abord montré, dans le cas statique (indépendamment du temps), le formalisme utilisé pour décomposer la solution en série de Taylor, et nous avons considéré celle-ci à l'ordre 1. Nous avons vu sous quelles conditions cette théorie peut être utilisée dans le cas de notre étude, notamment sur la faible taille du perturbateur vis-à-vis du volume de la CR.

Les relations analytiques reliant la variation de la fréquence de résonance aux valeurs des champs ont été démontrées pour des perturbateurs métalliques et diélectriques de formes sphérique, ellipsoïdale et cylindrique.

La relation reliant le décalage fréquentiel et le rayon du perturbateur sphérique a été vérifiée par simulation. Ces dernières ont aussi montré qu'avec une sphère diélectrique la perturbation fréquentielle est principalement liée au champ électrique tandis qu'avec un perturbateur en aluminium, les deux champs sont influents.

Nous avons étudié l'influence de la longueur du perturbateur cylindrique sur le champ. Les résultats ont montré qu'avec un cylindre de hauteur importante, la perturbation du champ n'est pas locale, ce qui a des conséquences en particulier lorsque le perturbateur est placé à coté d'un mur de la cavité. Les principaux problèmes révélés sont la perturbation non localisée du champ et les couplages avec les parois de la cavité. Le choix d'un perturbateur cylindrique de taille inférieure s'est imposé. Il a été montré que, avec un perturbateur de faible taille, la perturbation est locale. Toutefois, il est difficile de définir exactement la taille du perturbateur qui correspondrait au cas pratique car, en simulation, la cavité présente un coefficient de qualité très grand.

En pratique, la détection du décalage fréquentiel pourrait devenir difficile et être source d'erreurs avec un perturbateur de faible volume. La recherche d'un bon compromis sur la dimension du perturbateur sera traitée au chapitre suivant dédié aux mesures effectuées.

Mesure de champ en chambre réverbérante par la méthode perturbative

Contents

3.1	Introduction	80
3.2	Dispositif de mesure	81
3.2.1	Antenne de mesure	81
3.2.2	Calibrage	82
3.3	Mesures avec un perturbateur sphérique.	82
3.3.1	Mode à une seule composante mesuré avec une sphère métallique. . . .	82
3.3.2	Mode à une composante mesuré avec une sphère diélectrique	92
3.3.3	Modes à plus d'une composante	98
3.4	Mesures avec un perturbateur cylindrique métallique	103
3.4.1	Mode TE_{021}	103
3.4.2	Mode TE_{061}	105
3.4.3	Mode TEM_{111}	106
3.4.4	Mode TEM_{121}	107
3.4.5	Mesures avec brasseur de modes	109
3.4.6	Mesures avec une boîte métallique munie d'ouvertures dans la cavité parallélépipédique	111
3.5	Extraction de l'amplitude maximale du champ mesuré par pertur- bation	112
3.6	Limitations et perspectives de développement	117
3.6.1	Précision des mesures	118
3.6.2	Recouvrement modal	118
3.7	Conclusion	121

*"Tout ce que l'on peut exiger d'une théorie
c'est que ses prédictions soient en accord
avec l'observation"*

La nature de l'espace et du temps, page 40
S. HAWKING & R. PENROSE

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous montrons la mise en place d'un système de mesure permettant d'expérimenter la méthode exposée au chapitre 2. Cette méthode permet non seulement de réduire l'influence de l'antenne de mesure mais aussi d'éliminer l'encombrement des câbles de connexion. Pour différents perturbateurs (cylindriques et sphériques), les résultats issus des simulations de l'expérience, faites avec le logiciel HFSS, seront montrés et comparés avec ceux issus des mesures réelles. Pour valider notre méthode de mesure, nous allons par ailleurs mesurer le champ électrique à l'aide d'une sonde sur deux modes de résonance.

Après des premières mesures effectuées dans le cas canonique de la cavité parallélépipédique vide, des géométries de cavité plus complexes seront considérées avec l'ajout d'un brasseur de modes ainsi que d'un boîtier troué dans cette cavité.

Enfin, nous évaluerons le champ électrique mesuré par perturbation avec un cylindre métallique et le comparerons avec le champ électrique observé par la sonde ou par une antenne filaire.

Pour finir, nous exposerons les limitations de ce type de mesure et proposerons des pistes d'amélioration.

3.2 Dispositif de mesure

Les mesures sont faites avec une CR parallélépipédique en aluminium de dimensions ($W = 785mm$) \times ($L = 985mm$) \times ($H = 995mm$). Elle est excitée par une antenne monopole imprimée. Pour éviter les contraintes liées au volume de l'antenne dans la CR, l'antenne est fixée dans un coin, loin des points auxquels sont faites les mesures. L'antenne est reliée à un connecteur de type *sma* fixé sur une paroi de la CR et relié à un câble coaxial. Ce câble est connecté à l'analyseur de réseaux vectoriel. L'élément perturbateur est fixé sur un fil (ou deux dans le cas d'un élément cylindrique) de nylon le long duquel il peut se déplacer. Ce changement de position se fait à l'aide d'un autre fil, de même diamètre $\phi = 0,2mm$, relié au perturbateur et à un indicateur de position placé au-dessus de la CR. La graduation permet de contrôler la position du perturbateur dans la CR. La figure 3.1 illustre ce dispositif de mesure avec un perturbateur sphérique ou cylindrique.

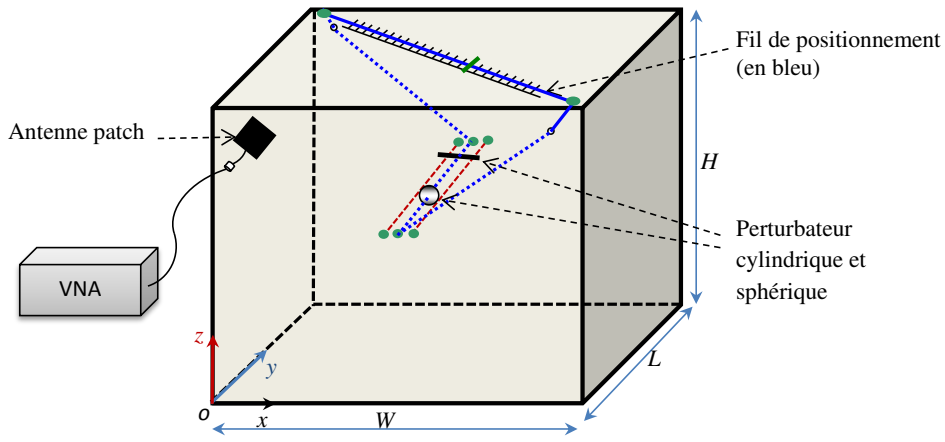


Figure 3.1 – Schéma synoptique du système de mesure.

La fréquence de résonance est obtenue en observant la valeur minimale du coefficient de réflexion S_{11} (figure 3.2b) .

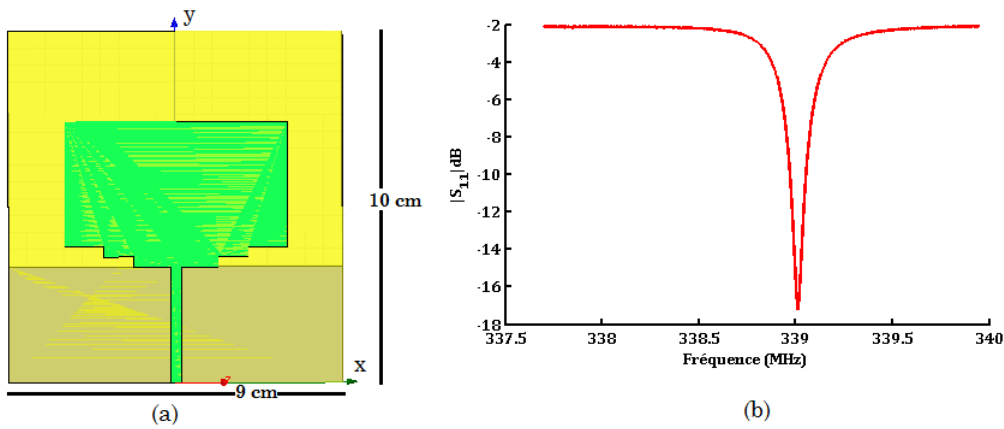


Figure 3.2 – Antenne monopole imprimée (a) et coefficient de réflexion S_{11} dans la cavité (b).

3.2.1 Antenne de mesure

Le choix de l'antenne de mesure est fait selon sa taille et sa bande passante. Les mesures sur les modes bas ($\leq 1\text{GHz}$) nécessitent l'utilisation d'une antenne adaptée à ces modes et donc de larges dimensions. La faible taille de notre cavité ne permet pas d'utiliser une antenne de dimensions importantes. Face à ce compromis, nous avons choisi une antenne de faibles dimensions (figure 3.2a) avec laquelle le coefficient de réflexion de la chambre mesuré entre 337 et 340 MHz est montré sur la figure 3.2.b.

3.2.2 Calibrage

Le calibrage se fait au niveau de l'analyseur de réseau vectoriel (Agilent E8361C). Sans calibrage, le coefficient de réflexion mesuré engloberait les effets de tous les éléments entre l'analyseur et l'entrée de l'antenne. Elle permet ainsi d'éliminer ces effets. Les deux principaux paramètres à fixer sur l'analyseur sont

- La bande de fréquence sur laquelle on mesure le coefficient de réflexion S_{11} . L'analyseur de réseau utilisé fonctionne entre 10 MHz et 67 GHz.
- Le nombre de points issus de l'échantillonnage de la bande de fréquence. Ce nombre est limité à 20000 points.

Le procédé de mesure consiste à observer la fréquence de résonance à vide puis avec le perturbateur. Après introduction du perturbateur dans la CR, on relève, pour chaque position de celui-ci, la fréquence de résonance du mode choisi. Voici les étapes de la procédure de mesure :

- Choisir le mode à étudier,
- Mesurer la fréquence de résonance à vide f_0 ,
- Mesurer la fréquence de résonance avec perturbateur placé dans la CR : f ,
- Calculer la différence $\Delta f = f - f_0$,
- Dédurre E (ou H) de Δf

3.3 Mesures avec un perturbateur sphérique.

3.3.1 Mode à une seule composante mesuré avec une sphère métallique.

3.3.1.1 Mode TE_{011}

Pour mesurer tout d'abord un mode à une seule composante électrique, nous avons choisi le premier mode propre de la CR (TE_{011}) dont la fréquence de résonance est de l'ordre de 214 MHz. Les figures 3.3.a et b montrent la cartographie de ce mode dans la CR vide et avec l'antenne. Il n'y a pas de modification considérable de la cartographie et les fréquences de résonance à vide et avec antenne diffèrent d'environ 40 kHz.

Ce mode présente une composante invariante suivant l'axe (ox) comme le montre la figure 3.3. Le champ est mesuré le long de la droite passant par les centres des deux plans $y = 0$ et $y = L$ avec un perturbateur sphérique en aluminium de 1,5 cm de rayon et un pas d'observation

de 4 cm. Cette ligne, nous l'appellerons par la suite ligne d'observation.

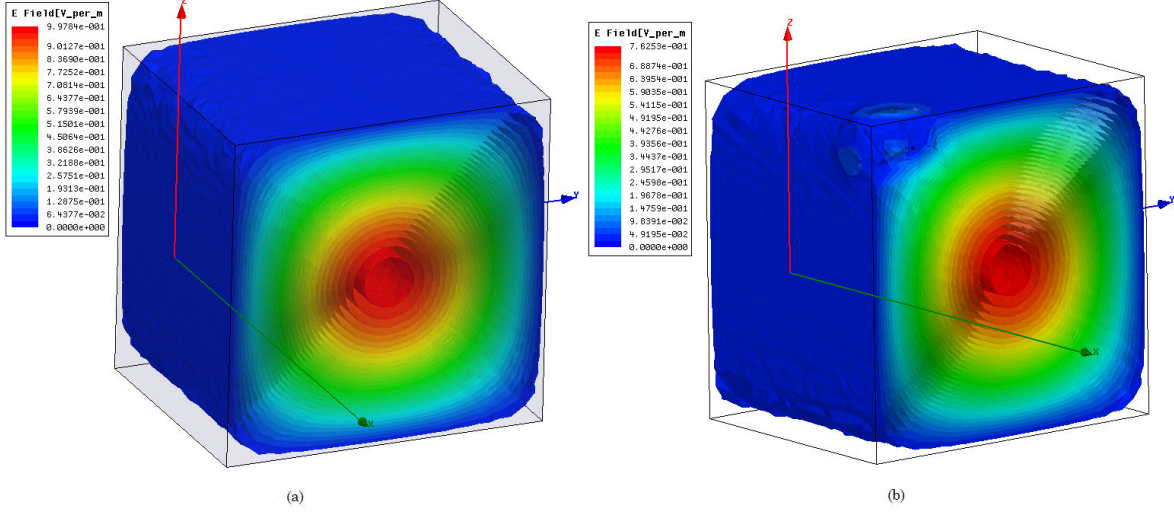


Figure 3.3 – Cartographie 3D du premier mode (TE_{011}), (a) cavité vide, (b) cavité avec antenne monopole imprimée.

L'expression analytique de la composante E_x du champ électrique de ce mode le long de l'axe (oy) est donnée par l'équation (3.1), les deux autres composantes du champ électrique étant nulles.

$$E_x(x, y, z) \propto \sin\left(\frac{1\pi}{L}y\right) \quad (3.1)$$

Pour chaque position du perturbateur, nous avons observé des fréquences de résonance inférieures à la fréquence de résonance à vide f_0 . La figure 3.4a montre l'écart δf entre les fréquences mesurées et f_0 .

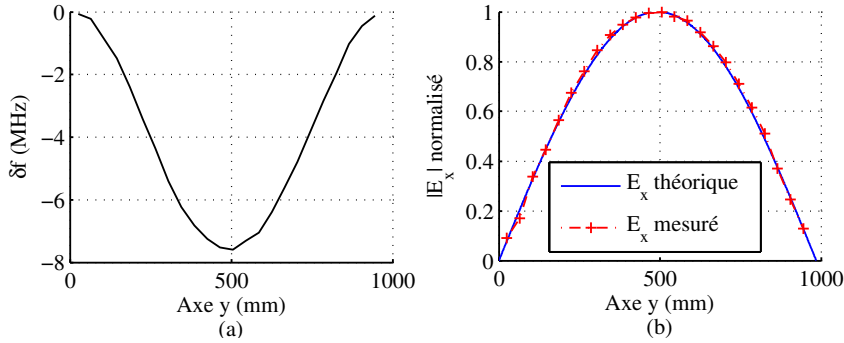


Figure 3.4 – Décalage en fréquence mesuré par rapport à la fréquence de résonance à vide (a) et variation de l'amplitude normalisée de E_x (b) sur la ligne d'observation ($x = W/2, z = H/2$) du mode TE_{011} .

A partir de ces mesures, nous avons extrait la variation du champ électrique du mode sur la ligne d'observation. La figure 3.4.b montre les résultats obtenus.

Pour évaluer l'erreur entre les mesures et la courbe théorique, nous avons mesuré l'écart

entre ces deux courbes. On note un écart maximum de l'ordre de 3% figure 3.5.

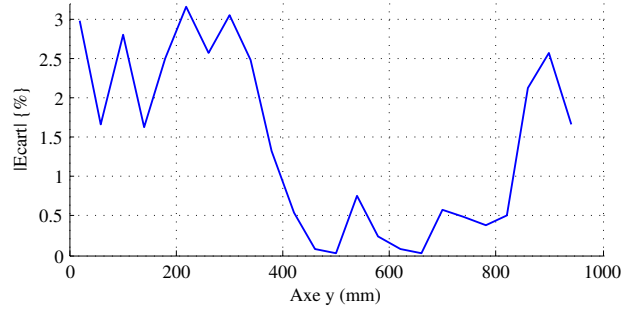


Figure 3.5 – Écart entre les composantes normalisées (théorique et mesurée) du champ électrique sur la ligne d'observation ($x = 0, z = 0$) pour le mode TE_{011} .

3.3.1.2 Mode TE_{021}

Il s'agit d'un mode dont la fréquence de résonance est de l'ordre de $339,6 \text{ MHz}$. Pour ce mode, les expressions des champs dans la cavité vide, sur l'axe central ($x_0 = 0, z_0 = 0$), sont données par (3.2) :

$$\begin{cases} E_x(x_0, y, z_0) = jH_0\omega\mu_0 \frac{L}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{L}y\right) \\ H_z(x_0, y, z_0) = H_0 \cos\left(\frac{2\pi}{L}y\right) \end{cases} \quad (3.2)$$

La figure 3.6 montre les allures théoriques des amplitudes des champs dans la cavité vide le long de la ligne d'observation.

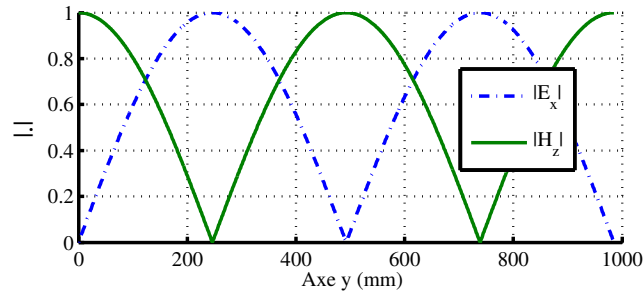


Figure 3.6 – Amplitudes normalisées des champs électrique et magnétique pour le mode TE_{021} sur l'axe ($x_0 = 0, z_0 = 0$).

Nous avons montré au chapitre 2 que les variations fréquentielles sont fonction des énergies électrique et magnétique et dépendent de la nature du matériau. Pour évaluer le rapport énergétique entre les composantes électrique et magnétique, nous avons tracé sur la figure 3.7 leurs énergies.

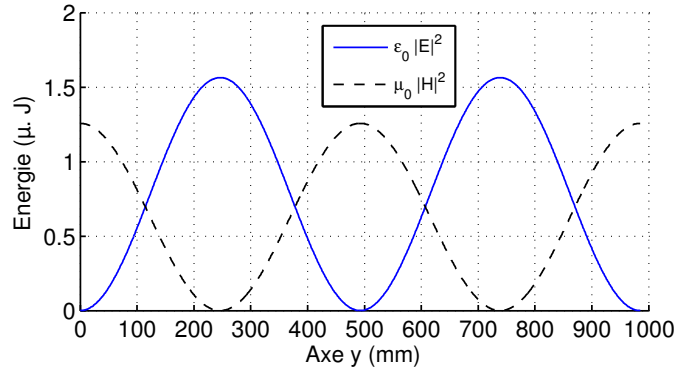


Figure 3.7 – Énergie des composantes électrique et magnétique du mode TE_{021} sur $(x_0 = 0, z_0 = 0)$ pour $H_0 = 1A/m$.

On constate que les deux amplitudes maximales sont du même ordre de grandeur. En choisissant un objet ferromagnétique de perméabilité relative μ_r très élevée (comme le fer $\mu_r = 4000$), le facteur $\frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2}$ de l'équation (2.42) tend vers 1. Dans ce cas, les champs électrique et magnétique contribuent au décalage de fréquence avec un poids identique. Pour un matériau paramagnétique, comme l'aluminium, la perméabilité magnétique $\mu_r \approx 1,000021$ et ce facteur devient très faible ($\approx 1,05 \cdot 10^{-5}$). Dans notre cas, on utilise des matériaux non-ferromagnétiques afin de déterminer le champ électrique en limitant l'influence du champ magnétique.

Une première étude de l'influence de la taille de la sphère a été effectuée en simulant le dispositif de mesure. Ainsi, pour chaque position de la sphère, la fréquence de résonance du système a été déterminée à l'aide du logiciel HFSS. Les simulations pour différents rayons (5mm, 9mm, 15mm et 25mm) et pour chaque position de la sphère le long de l'axe (oy) sont présentées sur les figures suivantes. Pour chaque rayon, on détermine les fréquences de résonance et on calcule les écarts δf (figures 3.8 et 3.9.) par rapport à f_0 pour en déduire les champs (figure 3.10).

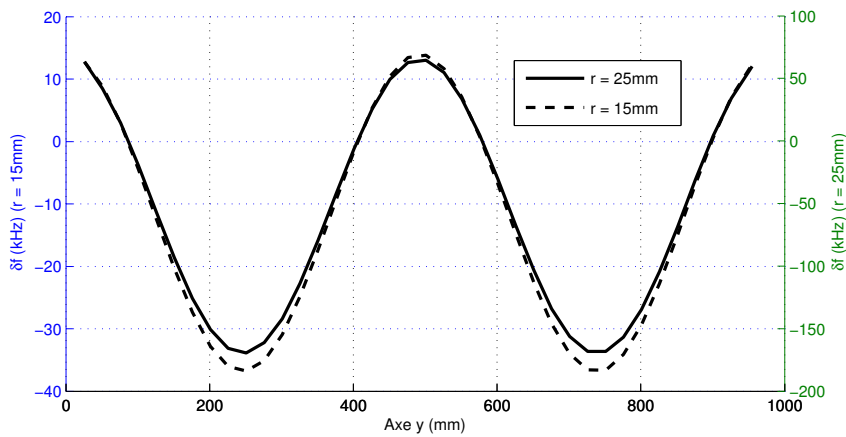


Figure 3.8 – Décalage en fréquence simulé pour une sphère en aluminium placée le long de la ligne ($x_0 = 0, z_0 = 0$) pour différents rayons : 25mm et 15mm - Résultats de simulation.

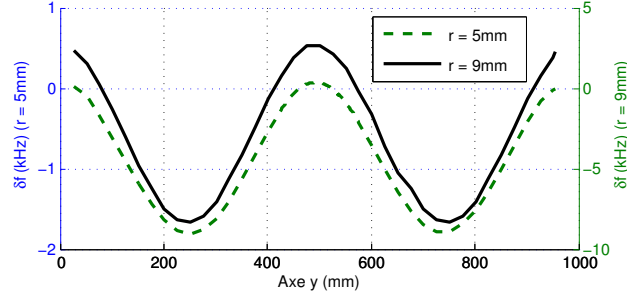


Figure 3.9 – Décalage en fréquence pour une sphère en aluminium placée le long de la ligne ($x_0 = 0, z_0 = 0$) pour différents rayons 9mm et 5mm - Résultats de simulation.

Comme montré au chapitre 2, paragraphe 2.7.2, selon (2.40) et les résultats du tableau 2.1, les décalages de fréquences sont d'autant plus importants que le rayon de la sphère augmente. Les excursions en fréquence sont de 234kHz, 51kHz, 11kHz et 2kHz pour les rayons de valeurs respectives 25mm, 15mm, 9mm et 5mm. Conformément à (2.42), et en négligeant l'effet du champ magnétique, on extrait l'amplitude du champ électrique pour les différents rayons (figure 3.10).

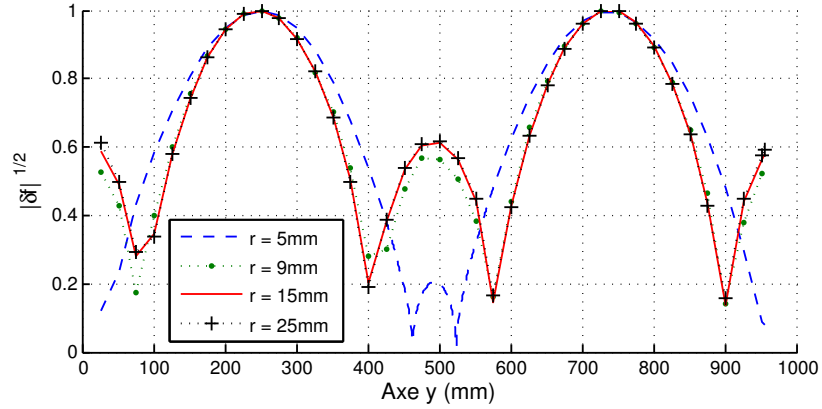


Figure 3.10 – Variations normalisées de $\sqrt{\delta f}$ pour des sphères en aluminium de différents rayons : $r=5\text{mm}$, 9mm , 15mm et 25mm - Résultats de simulation.

On observe un changement de signe sur les décalages fréquentiels. D'après 2.15 du chapitre 2, ces décalages positifs sont dus à la perturbation du champ magnétique. Ceci est conforté par le fait que ces décalages positifs apparaissent au milieu de la ligne d'observation (tableau 3.1), dans la zone où le champ électrique est minimum et le champ magnétique est maximum. Ces résultats montrent qu'avec une sphère en aluminium plus petite, le champ magnétique est moins perturbé et le champ électrique alors mieux reconstruit. Nous avons montré sur le tableau 3.1 les fenêtres d'observation du champ magnétique suivant l'axe (oy) avec des sphères en aluminium de différents rayons r .

On constate qu'avec une sphère de faible rayon, 5mm en l'occurrence, la zone de δf positif est réduite. Ceci est en accord avec les hypothèses nécessaires à l'application de cette théorie (perturbation locale et faible). Toutefois, il est important de noter que dans le cas des mesures,

r(mm)	5	9	15	25
y(mm)	462-524	412-575	406-579	405-580

Tableau 3.1 – Plages de changement de signe de δf ($\delta f > 0$) - Résultats de simulation

la faible taille du perturbateur implique une faible excursion de la fréquence de résonance et ainsi une sensibilité accrue aux erreurs.

Dans les mesures, nous avons utilisé quatre sphères en aluminium de rayons $r = \{9\text{mm}, 15\text{mm}, 19\text{mm} \text{ et } 25\text{mm}\}$ comme perturbateurs. Les figures 3.11 et 3.12 montrent les écarts en fréquence δf issus des mesures et des simulations le long de l'axe (oy) dans la chambre.

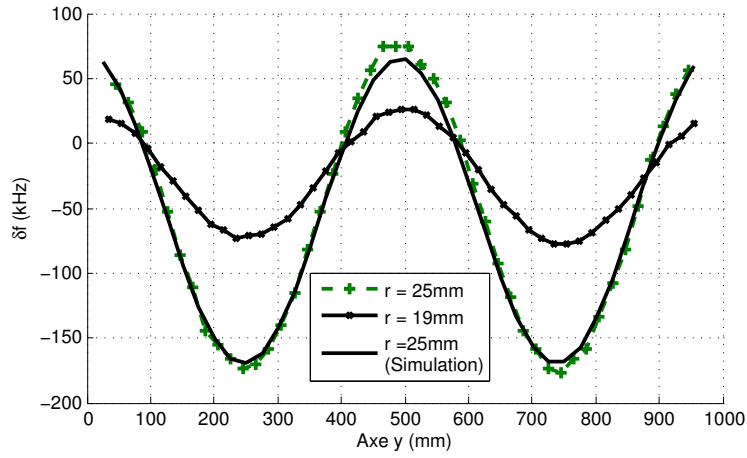


Figure 3.11 – Décalage en fréquence pour une sphère en aluminium placée le long de la ligne ($x_0 = 0, z_0 = 0$) pour différents rayons : 19 et 25mm - Simulations et mesures.

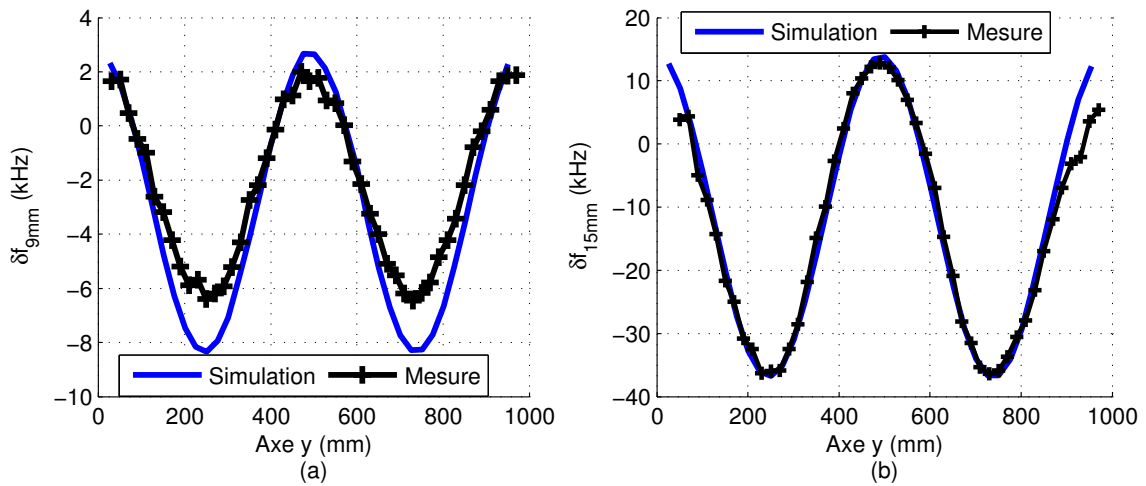


Figure 3.12 – Décalage en fréquence pour une sphère en aluminium placée le long de la ligne ($x_0 = 0, z_0 = 0$) pour différents rayons : (a) 9 et (b) 15mm - Simulations et mesures.

Tout comme en simulation, on observe une augmentation de l'excursion en fréquence avec le rayon. On constate qu'avec une sphère de rayon 9mm, les mesures sont sensibles au bruit. Ceci est essentiellement lié à la faible qualité de la CR qui présente un coefficient de qualité d'environ 600 pour ce mode. Ce faible facteur de qualité résulte en un pic de résonance large et donc une difficulté à déterminer la fréquence de résonance associée. Les chambres réverbérantes présentent généralement un coefficient de qualité élevé, ceci permettrait d'avoir plus de précision sur les mesures avec une sphère de faible rayon.

Les changements de signes de δf sont présents dans les quatre cas : entre les positions $y = 408mm$ et $y = 579mm$ pour la sphère de 15mm de rayon, $y = 401mm$ et $y = 581mm$ pour un rayon de 19mm, et entre $y = 400mm$ et $y = 587mm$ pour un rayon de 25mm. Pour la sphère de 9mm de rayon, le changement de signe est entre $y = 413mm$ et $y = 574mm$

Les résultats de mesures corroborent le changement de signe pour tous les rayons observé en simulation. Le tableau 3.2 récapitule les plages des changements de signe de δf .

r(mm)	9	15	19	25
y(mm) Simulations	412-575	406-579	401-581	405-580
y(mm) Mesures	413-574	408-579	407-577	400-587

Tableau 3.2 – Plages de changement de signe de δf .

Les conséquences de ces changements de signe sur la reconstruction de l'amplitude du champ électrique est l'apparition de lobes au centre et aux deux extrémités. Les résultats de simulations et de mesures montrent qu'avec les sphères utilisées, il n'est pas possible de reconstruire le champ électrique pour ce mode. Pour une sphère de rayon faible, les variations de fréquences ont une faible amplitude. En conséquence, il faut utiliser un système de mesure très précis pour en déduire le champ. Il faut noter que les simulations sont faites en imposant sur les parois des conditions de métal parfait (coefficient de qualité de la chambre infini) et que nous n'avons pas tenu compte du coefficient de qualité de l'antenne. Ces simplifications ont été faites pour faciliter la convergence des calculs du logiciel et pour réduire le temps de calcul.

Nous avons calculé et comparé les champs issus des mesures et des simulations pour les quatre perturbateurs (9mm, 15mm, 19mm et 25mm de rayon), figure 3.13 et figure 3.14.

En comparant les résultats des simulations et des mesures, on constate que, comme dans le cas analytique, la composante E_x atteint son minimum pendant que la composante H_z est à son maximum aux alentours de $y = 0$, $y = L/2$ et $y = L$. Les courbes expérimentales suivent les mêmes variations que celles issues des simulations. Ainsi, la polarisation magnétique de la sphère ne permet pas d'extraire uniquement le champ électrique. Pour éliminer l'influence du champ magnétique, il faudra utiliser un perturbateur en diélectrique.

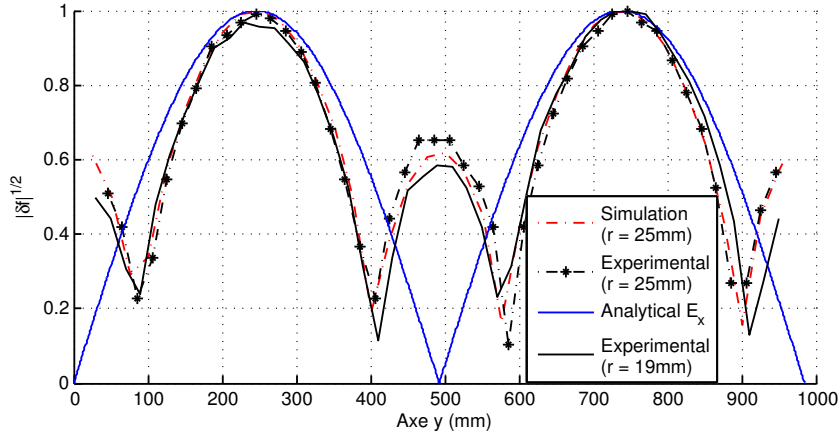


Figure 3.13 – Champs obtenus par mesure et simulation avec deux sphères en aluminium(19mm et 25mm) et champ théorique.

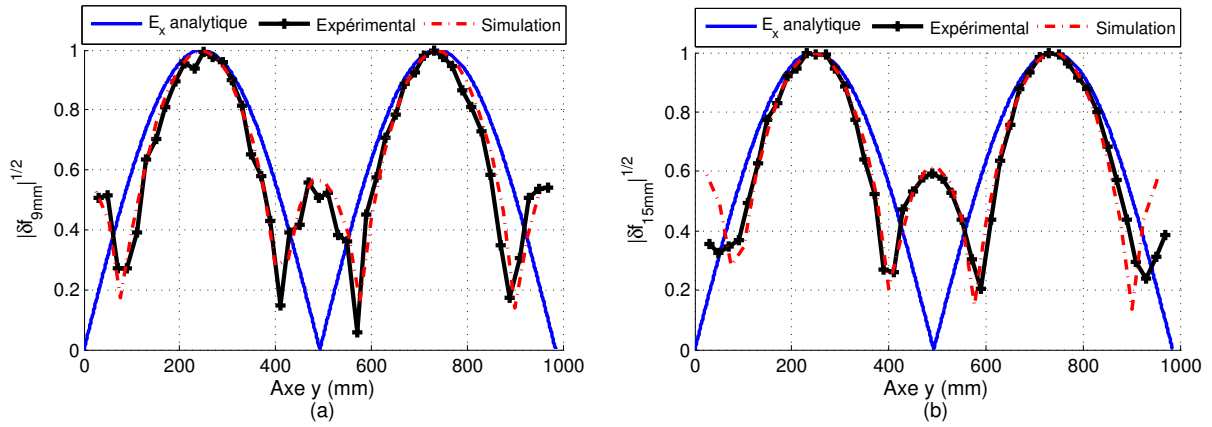


Figure 3.14 – Champs obtenus par mesure et simulation avec deux sphères en aluminium (9mm en (a) et 15mm en (b)) et champ théorique.

3.3.1.3 Mesures sur le mode TE_{061}

Ce mode, de fréquence de résonance théorique 926MHz présente six arches suivant l'axe d'observation (oy) comme le montre sa cartographie (figure 3.15). Sur cette ligne, les modes de type TE_{0np} n'ont qu'une seule composante électrique orientée suivant l'axe ox (figure 3.16.a).

Nous avons utilisé une sphère en aluminium de 12,5mm de rayon, placée en ($x_0 = 0, z_0 = 0$) dans la chambre et mobile le long de l'axe (oy). En raison de la fréquence plus élevée que pour le mode TE_{021} , la convergence de la simulation sous HFSS de la cavité avec perturbateur devient difficile. En conséquence, les simulations sont faites sans élément perturbateur en mesurant les champs sur la ligne d'observation. Les courbes de la figure 3.16.b montrent les deux composantes électrique et magnétique sur la ligne et le champ mesuré.

Selon les résultats des mesures, les variations de fréquence relevées par rapport à la fréquence mesurée dans la chambre à vide changent de signe. Il s'en suit que la variation de la fréquence ne permet pas de retrouver la variation du champ électrique. La figure 3.16 montre les champs

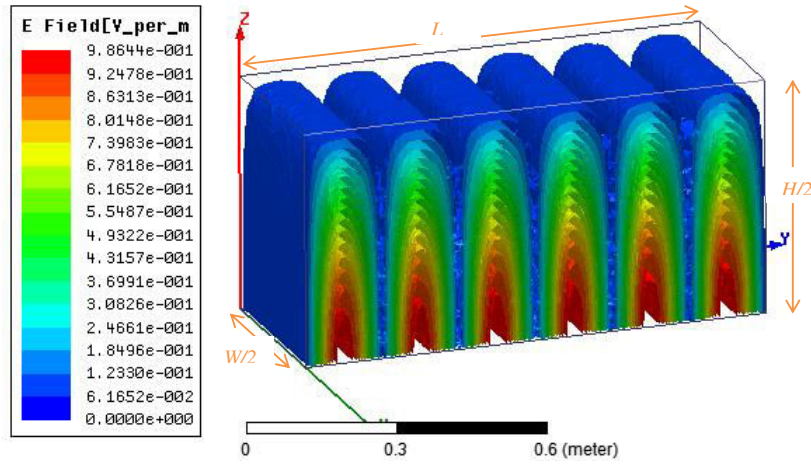


Figure 3.15 – Cartographie du champ électrique dans le quart de la chambre.

normalisés issus des simulations et des mesures.

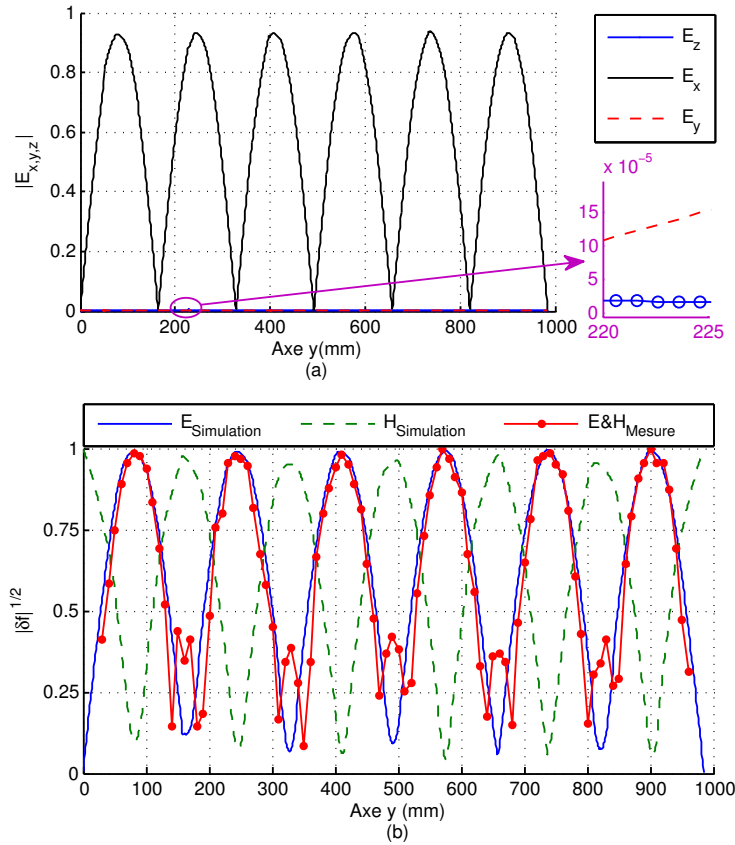


Figure 3.16 – Champ électromagnétique du mode TE_{061} obtenu le long de la ligne d'observation ($x_0 = 0, z_0 = 0$) (a) en simulant la cavité vide, (b) en mesure à l'aide d'un perturbateur sphérique en aluminium (rayon 12,5mm).

Le résultat de mesure obtenu montre que la variation fréquentielle résulte de l'action conjointe

des champs électrique et magnétique.

3.3.2 Mode à une composante mesuré avec une sphère diélectrique

3.3.2.1 Perturbateur diélectrique de *Emerson & Cuming Microwave Products*

Le diélectrique utilisé dans cette partie est une céramique fabriquée par l'entreprise *Emerson & Cuming Microwave Products*. Sa permittivité relative ε_r est de 30. Nous avons fait des simulations avec trois sphères diélectriques de rayons respectifs 5mm, 15mm et 20mm. Nous étudions ici le mode TE_{021} . Les courbes de la figure 3.17.a montrent les fréquences relevées sur toutes les positions des perturbateurs placés sur la ligne d'observation. On constate que, par rapport aux sphères métalliques, l'excursion fréquentielle, à rayon égal, est plus faible. On peut noter que le décalage de fréquences reste négatif, évitant ainsi le changement de signe ; figure 3.17.b. Ceci permet de confirmer que la mesure s'est faite en accord avec les conditions imposées par notre méthode et, en conséquence, de déduire le champ électrique. En revanche, pour un diélectrique de 5mm de rayon, bien que le décalage reste toujours négatif, la perturbation reste assez faible et les variations de fréquence donnent une allure de signal bruité (figure 3.17c).

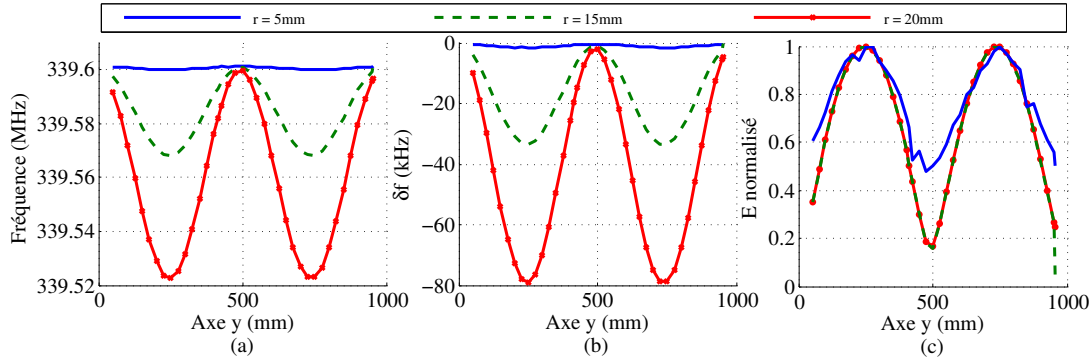


Figure 3.17 – Simulations avec perturbateurs diélectriques de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$ placés à $(x_0 = 0, z_0 = 0)$.

En mesure, nous allons utiliser deux perturbateurs de rayons plus grands (15mm et 20mm). En pratique, il est difficile d'usiner ce matériau pour en faire des perturbateurs de formes sphériques dans notre laboratoire. De ce fait, nous avons pris des perturbateurs de formes cylindriques, chacun de hauteur inférieure à son rayon. Pour le diélectrique de 15mm de rayon, la hauteur est de 5,5mm et pour celui de 20mm elle vaut 17mm (figure 3.18). Comme nous le verrons plus loin (figure 3.22), les simulations de la cavité vide ont montré que sur la ligne d'observation, seule la composante suivant ox est non nulle. C'est pourquoi nous avons positionné le perturbateur de façon à ce que son axe soit perpendiculaire à cette composante du champ, afin que celle-ci soit plus fortement perturbée et voit un perturbateur de forme circulaire.

Les premières mesures sont faites avec le perturbateur diélectrique de rayon 15mm (hauteur 5,5mm), placé au centre ($x_0 = 0, z_0 = 0$). La figure 3.19.a montre les fréquences relevées pour chaque position du perturbateur. Sur chaque position, on a un décalage fréquentiel δf négatif

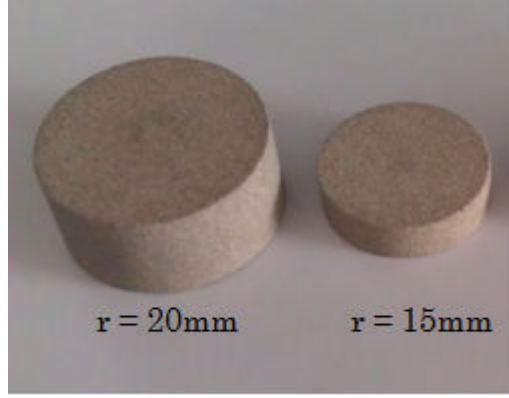


Figure 3.18 – Perturbateurs diélectriques de rayons $r = 15mm$ et $r = 20mm$.

par rapport à la fréquence à vide f_0 .

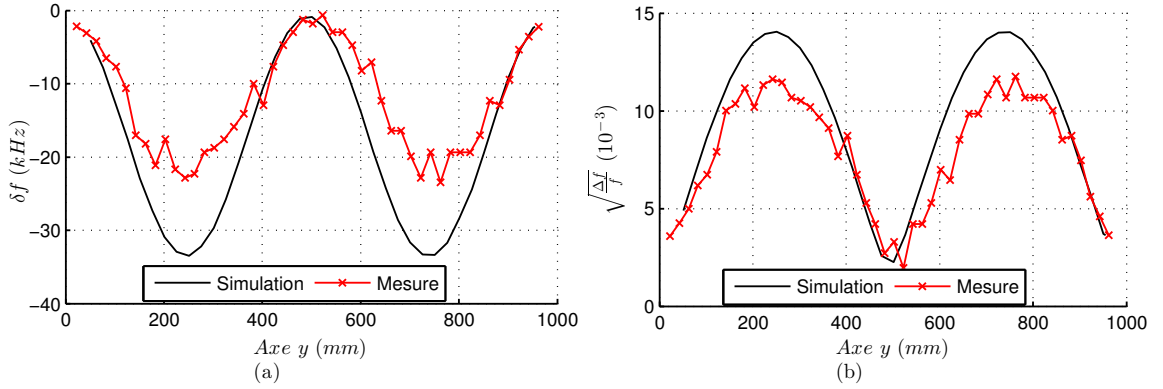


Figure 3.19 – Mesures avec perturbateur diélectrique de permittivité relative $\epsilon_r = 30$ et de rayons $r = 15mm$ placé à $(x_0 = 0, z_0 = 0)$.

Les courbes de la figure 3.19 révèlent une sensibilité importante des mesures par rapport aux erreurs de positionnement pour cette taille réduite du diélectrique. Néanmoins, ces courbes conservent des allures cohérentes avec les résultats des simulations avec des amplitudes bien sûr faibles.

Nous avons également observé les fréquences avec le perturbateur de rayon $R = 20mm$ (hauteur de 17mm), au centre de la chambre, comme dans le cas des simulations.

Les résultats de la figure 3.20 montrent une variation anormale puisque les valeurs aux extrémités de la ligne ne sont pas du même ordre de grandeur qu'au centre. En effet, sous l'influence de son poids, le perturbateur cause une tension mécanique sur le fil de fixation qui, à son tour, tire les deux parois de la chambre vers l'intérieur diminuant ainsi son volume. Ceci a pour conséquence la déformation de la ligne d'observation qui devient curviligne (ligne sur la figure 3.20) et l'augmentation de la fréquence du mode, en particulier lorsque le perturbateur est situé au centre de la cavité.

Pour minimiser cette déformation des parois et rendre droite la ligne d'observation, nous

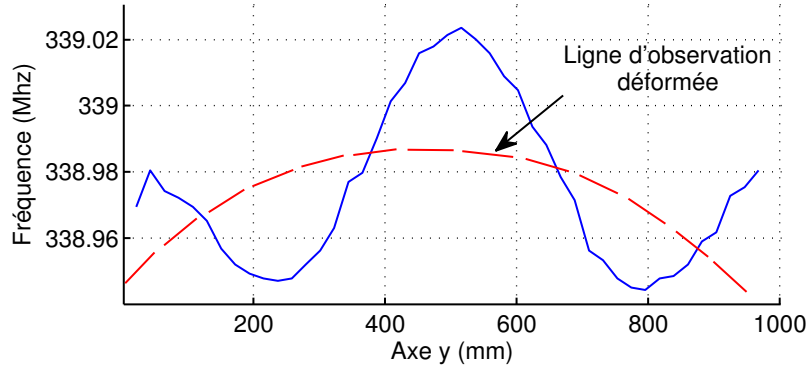


Figure 3.20 – Fréquences mesurées avec un perturbateur diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$ et de rayons $r = 20mm$ placé à $(x_0 = W/2, z_0 = H/2)$.

avons décalé le perturbateur vers une position qui n'est plus centrale sur les parois, en $x_0 = -W/2 + 10cm$ (voir figure 3.21).

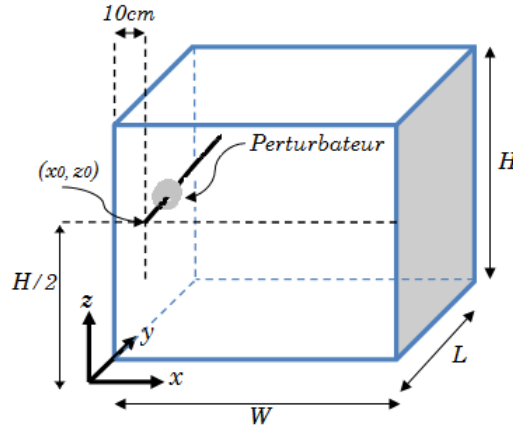


Figure 3.21 – Chambre avec perturbateur diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$ et de rayons $r = 20mm$ placé à $(x_0 = -W/2 + 10cm, z_0 = 0)$.

Nous rappelons que le champ étant constant suivant l'axe ox , sa valeur est la même en $x = 0$ et en $(-W/2 + 10cm)$. En simulant la cavité à vide, on relève le champ sur la ligne d'observation et on constate bien que seule la composante suivant ox est non nulle (figure 3.22).

La figure 3.23 indique un décalage en fréquence par rapport à f_0 avec une excursion maximale de l'ordre de 69kHz contre 76,8kHz en simulation avec un perturbateur sur la ligne centrale. Précisons ici que le perturbateur en mesure est un cylindre de rayon 20mm et de hauteur 17mm, alors qu'en simulation, une sphère de rayon 20mm a été utilisée. Ces résultats montrent que l'approximation faite en utilisant en mesure une forme cylindrique du perturbateur au lieu d'une forme sphérique est valable tant que la condition évoquée (hauteur \approx rayon) est satisfaite, et ceci dans la mesure où la composante du champ parallèle à l'axe est nulle.

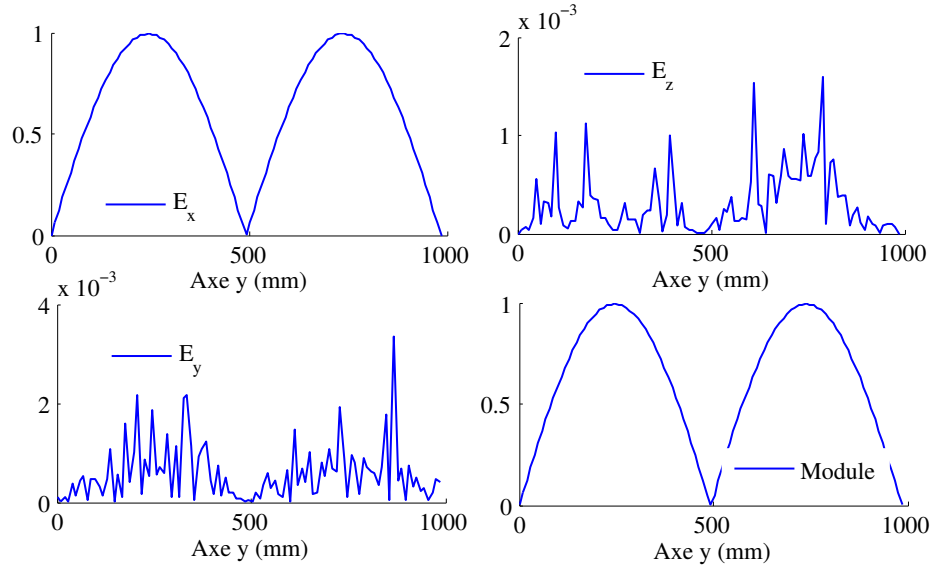


Figure 3.22 – Composantes et module du champ simulé le long de l’axe ($x_0 = 0, z_0 = 0$).

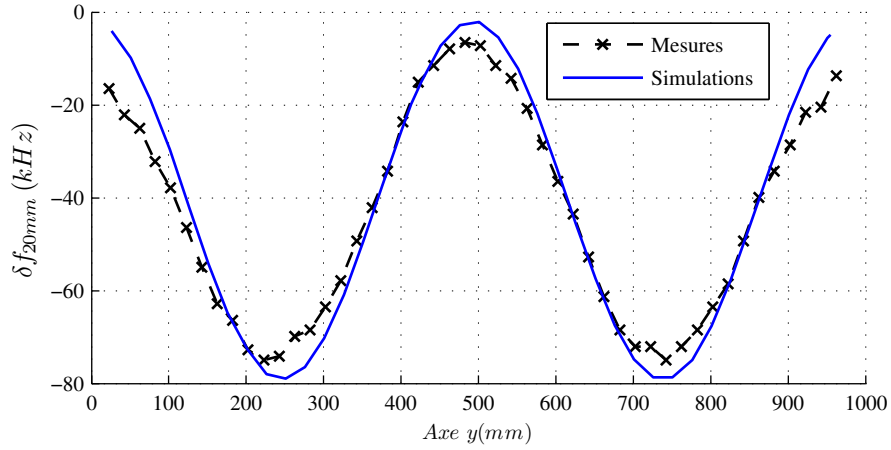


Figure 3.23 – Décalages en fréquence δf pour le perturbateur diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$ et de rayon $r = 20mm$ placé à $(x_0 = -W/2 + 10cm, z_0 = 0)$ pour les mesures et à $(x_0 = 0, z_0 = 0)$ pour les simulations.

Nous allons également comparer l’amplitude du champ électrique mesuré avec l’amplitude du champ électrique issu des simulations de la cavité avec perturbateur, et avec le champ théorique. Sur la figure 3.24, on voit que les deux courbes issues de la méthode perturbative divergent légèrement aux deux extrémités par rapport à la courbe théorique.

Cette dérive s’explique par les couplages entre les bords de la chambre et l’élément perturbateur. Nous l’avons montré en simulation dans le paragraphe 2.7.3 du chapitre 2.

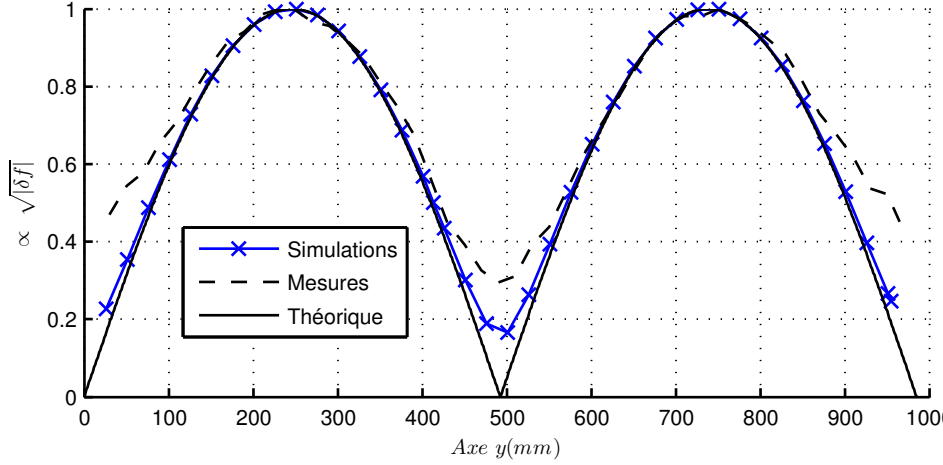


Figure 3.24 – Amplitudes normalisées du champ électrique mesurées avec un perturbateur diélectrique de permittivité relative $\epsilon_r = 30$ et de rayon $r = 20mm$ placé à $(x_0 = -W/2 + 10cm, z_0 = 0)$ pour les mesures et à $(x_0 = 0, z_0 = 0)$ pour les simulations.

3.3.2.2 Perturbateur en coton mouillé de rayon 15mm

Nous avons voulu utiliser un objet diélectrique de forte permittivité, d'où l'idée d'utiliser l'eau comme perturbateur, la permittivité relative ϵ_r de celle-ci étant de l'ordre de 75. Pour ce faire, nous avons pris une bille en matière plastique que nous avons recouverte de coton imprégné d'eau. La bille utilisée est montrée sur la figure 3.25. Son diamètre, une fois recouverte de coton mouillé, est de 30mm



Figure 3.25 – Bille en coton imprégnée de l'eau.

Pour les mesures, la bille a été placée sur l'axe central ($x_0 = 0, z_0 = 0$) de la CR. Nous avons relevé les fréquences de résonance sur toutes les positions de la bille le long de l'axe (oy) (figure 3.26).

L'excursion maximale en fréquence est de 49,36 kHz. Cette valeur est plus grande que celle que nous avons mesurée dans le cas précédant où elle valait 22,78 kHz.

A partir de ces relevés, nous avons déduit le décalage de fréquences Δf montré sur la figure

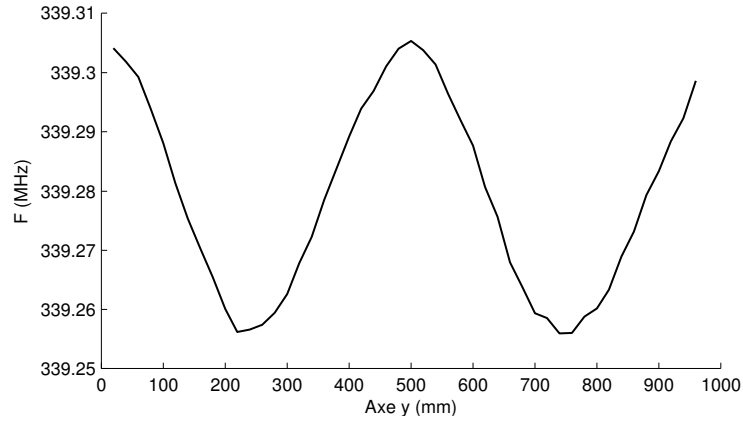


Figure 3.26 – Fréquences relevées tous les deux centimètres avec le perturbateur en coton mouillé.

3.27.

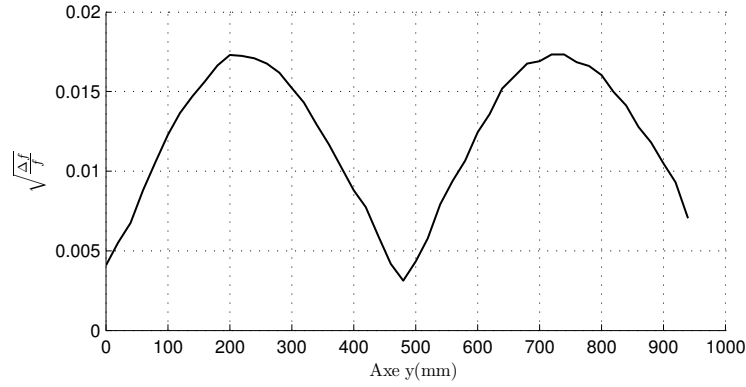


Figure 3.27 – Amplitude non normalisée du champ électrique extraite à l'aide du perturbateur en coton mouillé.

Cette différence d'excursion fréquentielle s'explique par le fait que la permittivité relative de la bille mouillée est plus élevée que celle du diélectrique précédant, puisqu'elle fait plus du double de sa valeur. C'est aussi la raison pour laquelle la courbe des mesures avec la bille mouillée est plus régulière.

Nous avons aussi réalisé des mesures sur le mode de fréquence plus élevée (TE_{061}) avec le même perturbateur en coton. Nous avons mesuré une excursion maximale de 117 kHz contre 1,54 MHz obtenue pour ce même mode avec le cylindre métallique que nous présenterons plus tard (paragraphe 3.4.2), ce qui explique la moins bonne précision obtenue ici par rapport aux mesures avec le cylindre métallique.

Cette excursion est plus élevée que pour le mode TE_{021} de fréquence plus basse ; avec d'autres types de perturbateurs, nous retrouverons également cette augmentation de l'excursion fréquentielle avec la fréquence du mode.

Les variations de fréquence suivant les positions du perturbateur révèlent une irrégularité plus forte qu'avec le perturbateur cylindrique (figure 3.28). La largeur de la bande du filtre

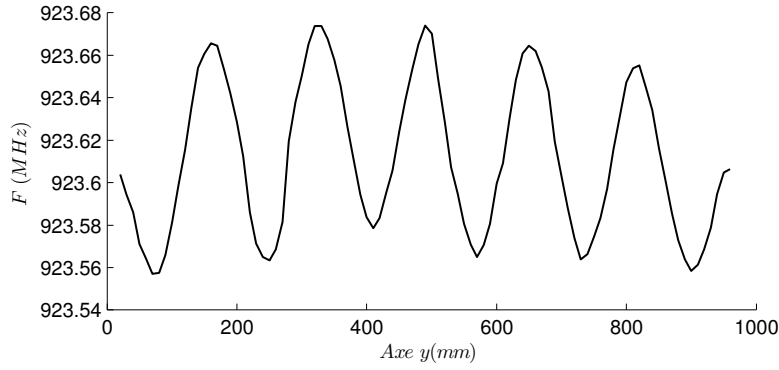


Figure 3.28 – Fréquences relevées sur toutes les positions du perturbateur en coton mouillé.

de l'analyseur ($f_{BW} = 10kHz$) a certainement contribué à cette irrégularité, puisque nous ne pouvons pas mesurer les variations de fréquences inférieures à cette valeur. Pour plus de précision, il aurait fallu diminuer considérablement f_{BW} , jusqu'à 100 Hz. Avec ce réglage, les mesures durent longtemps (environ deux heures sur ce mode avec un pas de 1cm) alors que, pour ce perturbateur, il faut limiter au maximum la durée des mesures pour éviter que la bille sèche. Il est donc difficile de conjuguer précision et faible durée de mesure, ce qui rend ce perturbateur difficile d'utilisation.

3.3.3 Modes à plus d'une composante

3.3.3.1 Mode TEM_{111}

L'utilisation d'un perturbateur de forme sphérique permet de perturber conjointement les trois composantes du champ de manière identique. Pour le montrer, nous mesurons cette fois un mode qui a trois composantes du champ électrique non nulles : le mode TEM_{111} dont la fréquence de résonance théorique est d'environ 287MHz.

Il s'agit d'un mode dégénéré, c'est-à-dire que les modes TE et TM résonnent à la même fréquence. Les expressions des composantes électriques de ces deux modes suivant l'axe (oy) à ($x_0 = W/4, z_0 = H/4$) sont montrées dans (3.3) et (3.4).

Pour le mode TE_{111}

$$\begin{cases} E_x(x_0, y, z_0) \propto H_0 \sin\left(\frac{\pi}{L}y\right) \\ E_y(x_0, y, z_0) \propto H_0 \cos\left(\frac{\pi}{L}y\right) \\ E_z(x_0, y, z_0) = 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

Pour le mode TM_{111}

$$\begin{cases} E_x(x_0, y, z_0) \propto E_0 \sin\left(\frac{\pi}{L}y\right) \\ E_y(x_0, y, z_0) \propto -E_0 \cos\left(\frac{\pi}{L}y\right) \\ E_z(x_0, y, z_0) \propto -E_0 \sin\left(\frac{\pi}{L}y\right) \end{cases} \quad (3.4)$$

Les résultats des simulations ont montré deux fréquences de résonance proches ($f_{01} = 286905371\text{Hz}$ et $f_{02} = 286905897\text{Hz}$) séparées d'environ 526 Hz. Théoriquement, ces deux fréquences devraient avoir la même valeur. Nous avons relevé les champs électriques simulés correspondant à ces deux fréquences (figure 3.29).

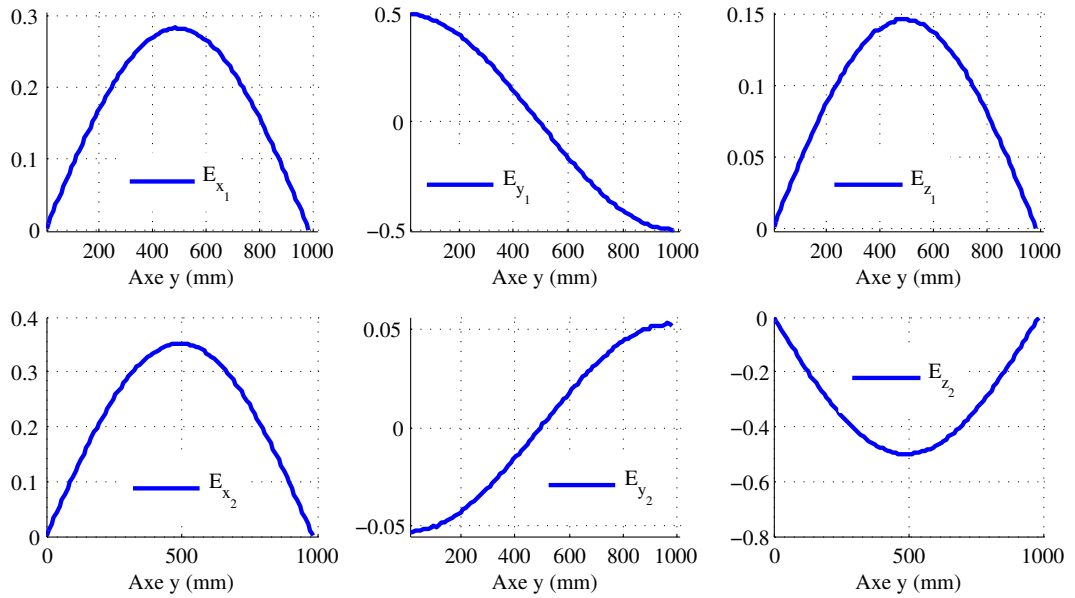


Figure 3.29 – Composantes électriques associées aux deux fréquences de résonance (f_{01} et f_{02}) de la chambre à vide simulée, vues à $(x_0 = W/4, z_0 = H/4)$.

On constate que les composantes électriques du mode haut (celui qui résonne à f_{02}) ressemblent au mode TM_{111} , avec toutefois des différences sur les amplitudes des composantes. En revanche, les composantes du mode bas (celui qui résonne à f_{01}) montrent une nette différence avec la théorie, avec trois composantes non nulles. Les cartographies en trois dimensions de ces modes confirment la présence de trois composantes non nulles pour les deux modes (figure 3.30).

Les champs observés correspondent donc à des combinaisons linéaires des champs électriques des modes TE_{111} et TM_{111} .

La mesure des champs par la méthode perturbative nécessite l'introduction d'un objet dans la cavité. Ceci rompt la symétrie du problème et fait alors apparaître deux fréquences de résonance distinctes mais proches (figure 3.31). Dans ce cas, l'introduction du perturbateur engendre alors une modification importante de la distribution du champ. Nous avons alors choisi de lever la dégénérescence de ces modes avant l'introduction du perturbateur. Il est à noter que, dans une

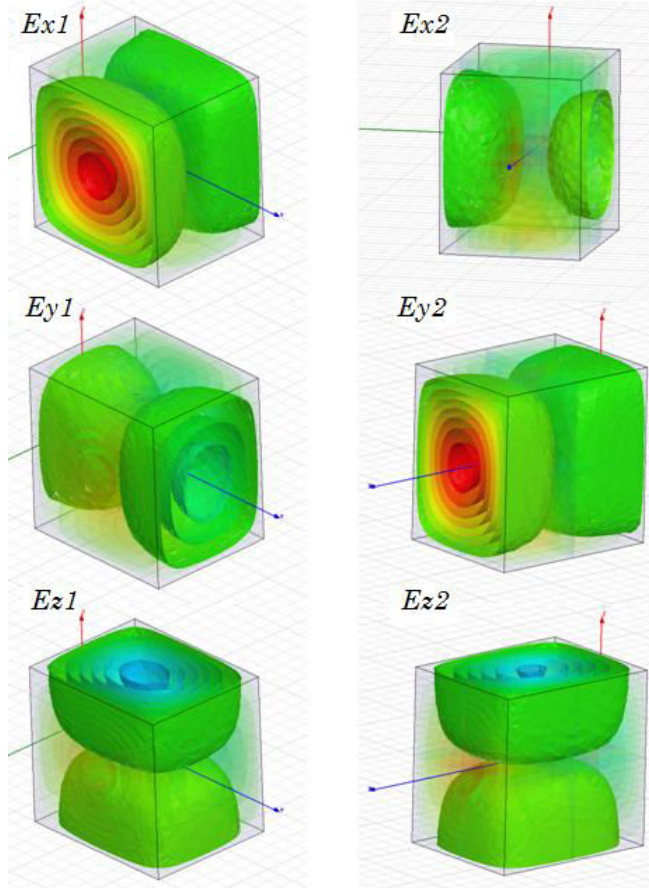


Figure 3.30 – Composantes électriques associées aux deux fréquences de résonance (f_{01} et f_{02}) de la chambre à vide.

chambre réverbérante, la levée de dégénérescence est assurée par la présence du brasseur de modes.

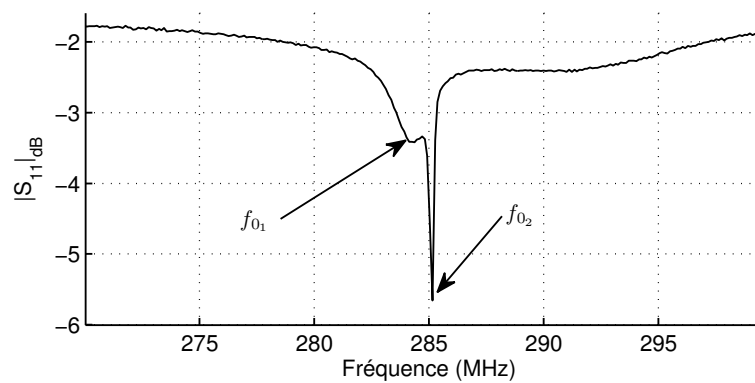


Figure 3.31 – Observation fréquentielle autour de f_{01} et f_{02} du coefficient de réflexion mesuré S_{11} de la chambre sans corrugation mais en présence d'un perturbateur.

Pour lever la dégénérescence, nous avons introduit une barre métallique en aluminium de dimensions $4\text{cm} \times 98,5\text{cm} \times 4\text{cm}$, placée sur le sol de la chambre parallèlement à l'axe (oy) , à 4 cm d'une paroi verticale. En premier lieu, nous avons fait des simulations et avons observé aux deux fréquences les cartographies tridimensionnelles des composantes électriques (figure 3.32).

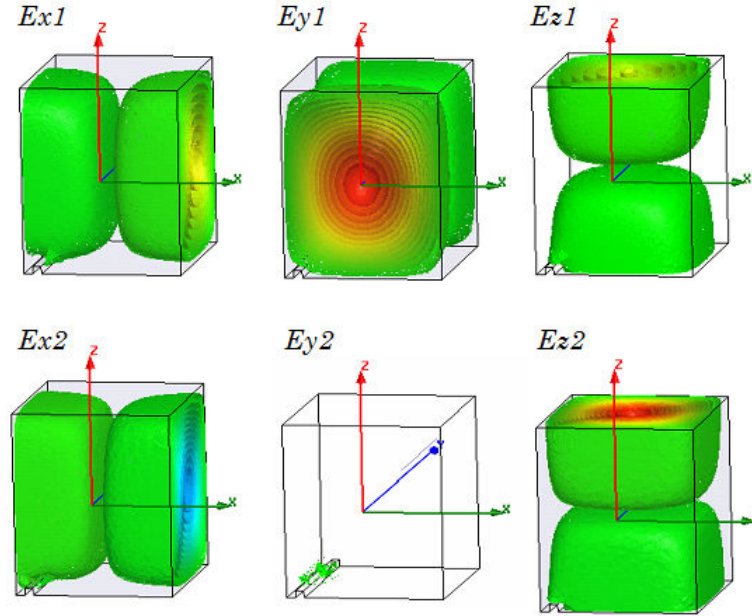


Figure 3.32 – Cartographies des composantes électrique associées aux deux fréquences de résonance (f_{01} et f_{02}) de la chambre à vide avec corrugation.

3.3.3.2 Mesures sur le mode haut f_{02} avec une sphère en aluminium

Les mesures sont faites avec un perturbateur en aluminium de forme sphérique et de rayon égal à 15 mm. Avec ce type de perturbateur, nous perturbons en même temps toutes les composantes du champ électrique et, en conséquence, cela va permettre de mesurer l'amplitude du champ total. Les courbes de la figure 3.33 montrent le décalage en fréquence et les champs totaux normalisés obtenus par simulation et par mesures. Une très bonne concordance entre simulations et mesures est obtenue. On notera que les variations des deux fréquences de résonance lors de l'excursion du perturbateur se font sans croisement entre ces deux modes.

3.3.3.3 Mesure sur le mode TEM_{122} avec sphère en aluminium

Le mode TEM_{122} est également un mode dégénéré. Sa cartographie tridimensionnelle est similaire à celle du mode TEM_{111} . En conséquence nous allons directement l'étudier avec corrugation et mesurer le mode haut. L'observation du champ électrique se fait au même endroit que pour le mode TEM_{111} . La figure 3.34 montre sa répartition dans la chambre à la fréquence $f_{03} = 469,794\text{MHz}$.

Comme on peut le voir, cette cartographie ne correspond pas au mode TEM_{122} initial. Il s'agit d'un mode modifié qui n'a pas de composante suivant l'axe (oy) . Les mesures sont faites

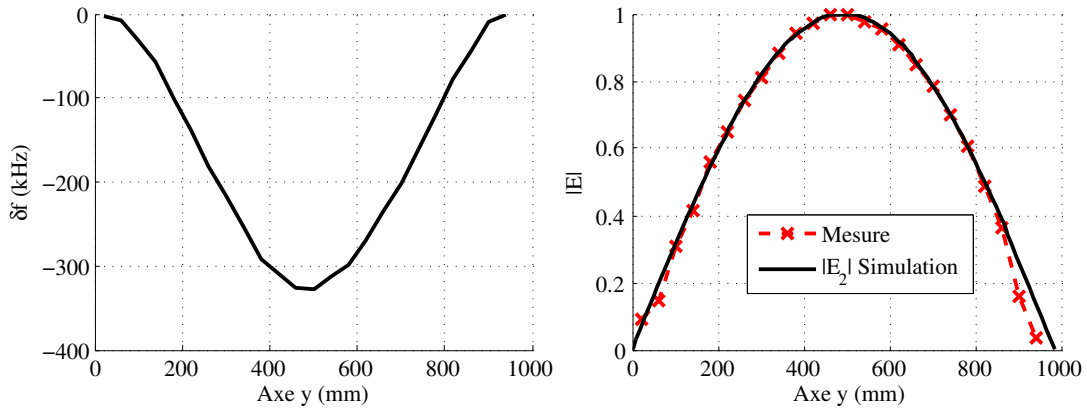


Figure 3.33 – (a) Décalage fréquentiel mesuré et (b) module de champ électrique normalisé du mode haut avec corrugation.

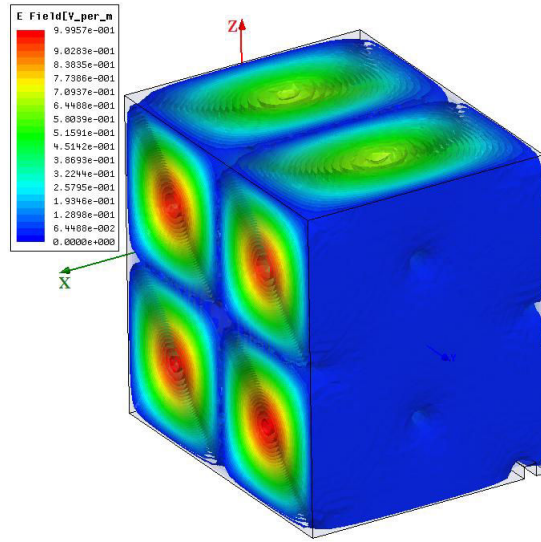


Figure 3.34 – Cartographie du champ électrique dans la CR munie d'une corrugation à la fréquence f_{03} .

avec une sphère en aluminium de rayon $r = 15mm$. Le décalage de fréquences δf et le champ total sur la ligne d'observation sont présentés sur la figure 3.35.

On retrouve l'apparition des arches engendrées par le champ magnétique aux positions des minima du champ électrique.

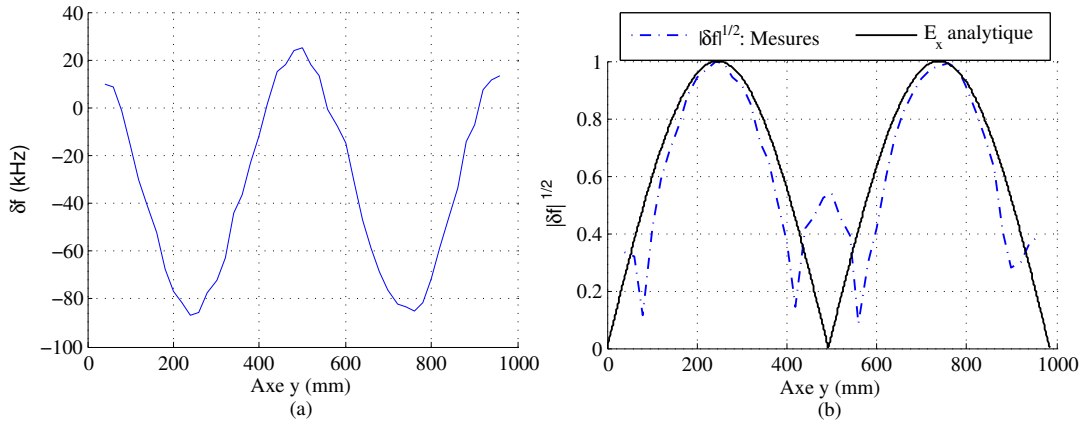


Figure 3.35 – Décalage en fréquence autour de f_{03} (a) et amplitude du champ normalisée mesurés sur la ligne située à $(x = 0, z = H/4)$ avec une sphère en aluminium de 15mm de rayon.

3.4 Mesures avec un perturbateur cylindrique métallique

Dans le cas des mesures avec une sphère, nous avons mesuré l'amplitude du champ total. Dans cette partie nous nous intéressons à ses différentes composantes.

3.4.1 Mode TE_{021}

Nous avons mesuré en premier lieu un mode à une seule composante électrique (E_x) : le mode TE_{021} . Les mesures sont faites avec un cylindre en aluminium de rayon $r = 8mm$ et d'une hauteur de $h = 80mm$, orienté suivant l'axe des x . Avec ces dimensions, nous respectons la condition $r/h \ll 1$. Les observations sont faites sur la ligne de coordonnées $(x_0 = 0, z_0 = 0)$, suivant le repère de la figure 3.34. Nous avons déduit le champ à partir des fréquences relevées pour chaque position.

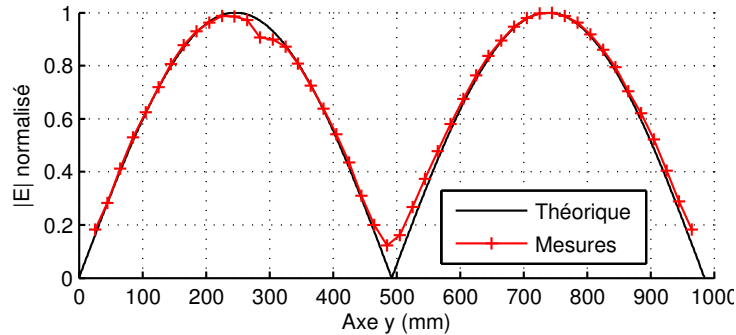


Figure 3.36 – Champ mesuré sur une ligne d'observation placée au centre de la chambre avec un cylindre métallique de rayon 8mm et de hauteur 80mm.

Les courbes de la figure 3.36 montrent une bonne concordance entre les deux champs. On remarque aussi que seule la composante électrique a été perturbée puisqu'on ne voit pas d'ap-

partition de lobe ni aux deux extrémités ni au centre de l'axe (oy).

Nous avons mesuré ce même mode mais avec un autre cylindre de rayon égal à 1,925mm et d'une hauteur de 11,07cm.

Sur la figure 3.37, on constate que le décalage de fréquence est négatif et présente une excursion maximale de 294 kHz. Cette excursion est du même ordre de grandeur que celle que nous avons mesurée avec le perturbateur précédent (296 kHz).

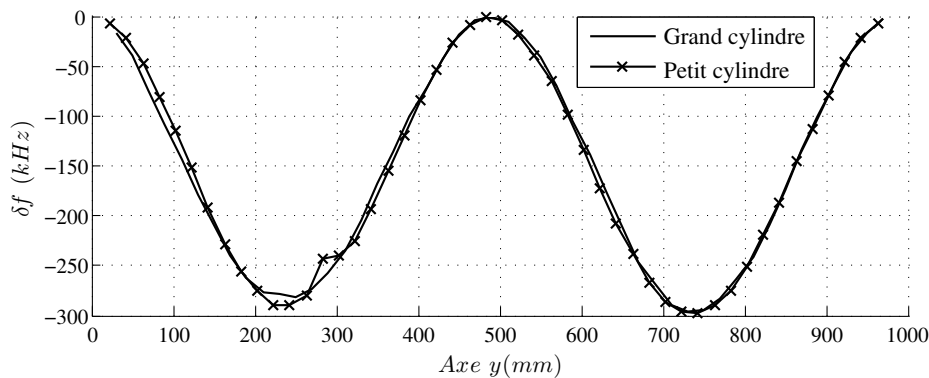


Figure 3.37 – Décalages en fréquences mesurés avec deux perturbateurs cylindriques en métal, respectivement de 1,925 mm et 8 mm de rayon et 11,07 cm et 80 mm de hauteur.

Remarque : Les premières valeurs maximales du décalage fréquentiel, autour de $y=220$ mm, sont, en valeur absolue, plus petites que les deuxièmes, autour de $y=740$ mm. Ceci pourrait être dû à une légère inclinaison de la ligne d'observation ou à une dissymétrie liée à l'excitation par l'antenne.

Nous avons repris les mesures faites avec les deux cylindres (figure 3.38) pour les comparer avec le champ normalisé (ou $\sqrt{\frac{\Delta f}{f}}$ normalisé). Le cylindre 1 est celui de dimensions $\{r, h\} = \{8\text{mm}, 80\text{mm}\}$ contre $\{r, h\} = \{1,925\text{mm}, 110,7\text{mm}\}$ pour le cylindre 2.

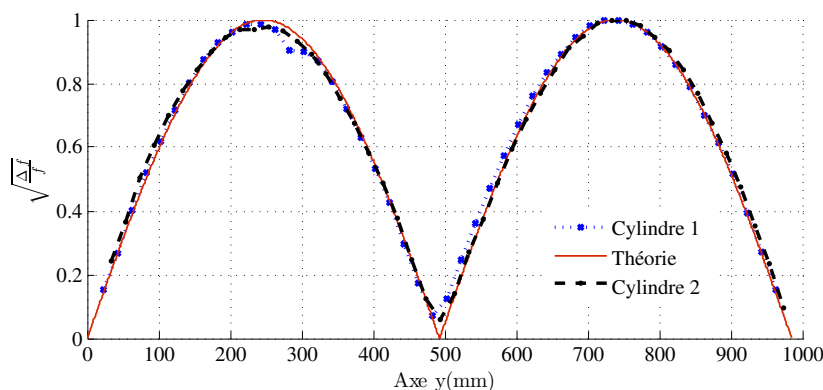


Figure 3.38 – Amplitudes normalisées du champ électrique issues des mesures et théorique.

On constate que les deux courbes des mesures sont proches de la courbe théorique. En regardant de près, les mesures avec le cylindre 2 correspondent mieux à la théorie que celles avec le cylindre 1. Ceci s'explique par le fait que le rapport rayon-hauteur est beaucoup plus faible que pour le cylindre 1.

3.4.2 Mode TE_{061}

S'agissant d'un mode élevé par rapport à celui du paragraphe précédent, nous avons utilisé un perturbateur de faible rayon, car nous prévoyons une excursion fréquentielle plus importante. Le rayon du cylindre métallique utilisé est de 1,925mm et sa hauteur est de 11,07cm. Les dimensions de ce cylindre satisfont à la condition sur le rapport rayon-hauteur qui doit être très faible. Ce perturbateur est placé parallèlement à l'axe ox suivant lequel la composante électrique est orientée. On notera que l'utilisation d'une hauteur de cylindre importante (11,07cm) est rendue possible par l'invariance des champs suivant x pour ce mode.

La ligne d'observation est au centre de la cavité suivant l'axe (oy) , comme dans le paragraphe 3.4.1. Ce mode a six arches suivant l'axe (oy) . Il faut en conséquence plus de points d'observation que pour les mesures du paragraphe 3.4.1, comme l'ont fait apparaître les premiers résultats de mesure avec un pas de 20mm qui n'étaient pas concluants. En effet, la courbe des mesures avec ce pas de 20mm révèle des ondulations au niveau des extrema, similaires à une modulation d'amplitude par un signal sinusoïdal, et liées au sous-échantillonnage spatial¹ ; ainsi, on n'observe pas sur chaque période les mêmes valeurs extrêmes car celles-ci varient avec les positions prises par le perturbateur. Ceci implique une variation périodique des valeurs extrêmes prenant une forme ondulatoire comme présenté dans [66].

Pour améliorer les résultats des mesures, nous avons augmenté le nombre d'observations en divisant par deux le pas d'observation pour le ramener à 10mm. La figure 3.39 montre les courbes analytique et expérimentale.

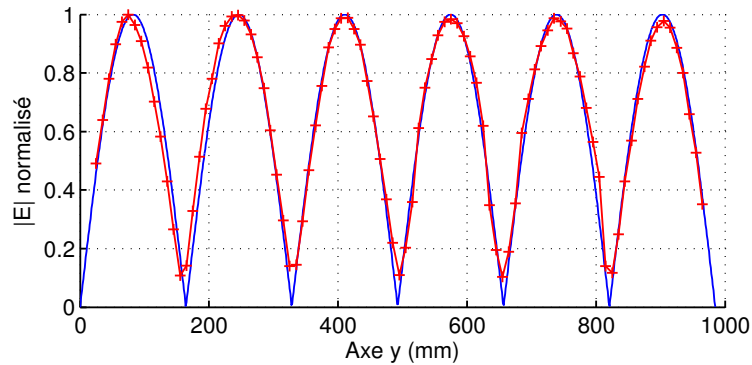


Figure 3.39 – Champs électriques analytique et mesuré avec un perturbateur cylindrique de rayon $r = 1,925mm$ et de hauteur $h = 11,07cm$.

On constate que les deux courbes des champs sont proches même si on peut noter quelques

1. Les variations ondulatoires des extremums sont bien montrées théoriquement au chapitre 2. Il aurait fallu prendre un pas d'observation de 5mm mais la sensibilité aux erreurs de positionnement serait plus visible avec un perturbateur de rayon similaire au pas d'échantillonnage.

écarts entre les minima liés à l'échantillonnage.

3.4.3 Mode TEM_{111}

Comme expliqué au deuxième chapitre, pour mesurer une composante donnée d'un champ, on utilise un perturbateur de forme cylindrique et de faible rayon. Dans ce cas, lors de la mesure de la variation des composantes le long de l'axe (oy), la composante suivant l'axe (oy) se mesure avec moins de précision que les deux autres, puisque la zone perturbée le long de l'axe de mesure est importante pour cette composante (longueur du cylindre), alors que la perturbation peut être considérée ponctuelle sur cet axe lors de la mesure des deux autres composantes (diamètre du cylindre).

L'insertion de la barre métallique a permis de faire apparaître deux modes autour de la fréquence $287MHz$, et de mesurer, à l'aide d'un perturbateur sphérique, l'amplitude du mode de fréquence haute (paragraphe 3.3.3.1). Ici, nous avons mesuré, à l'aide d'un cylindre métallique, les trois composantes de ce champ. Le cylindre utilisé est de rayon 8mm et de hauteur 8cm.

On constate que le mode haut présente une facilité de mesure de ses composantes suivant l'axe (oy) car la composante E_{y2} est presque nulle et les composantes E_{x2} et E_{z2} présentent des variations d'amplitude plus grandes que celles du mode bas.

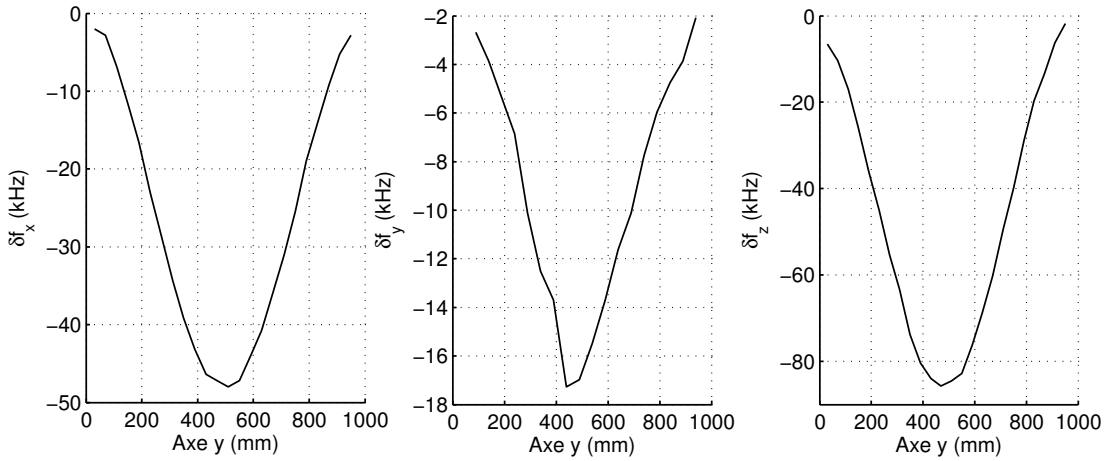


Figure 3.40 – Décalage fréquentiel pour un cylindre perturbateur orienté selon chaque axe et se déplaçant suivant ($x_0 = W/4, z = H/4$), chambre à vide avec corrugation.

Les observations sont faites suivant l'axe (oy). L'axe du perturbateur est orienté parallèlement à la composante à mesurer. La figure 3.40 montre des décalages en fréquence toujours négatifs. On constate que, comme attendu, les variations avec le cylindre orienté suivant l'axe (oy) sont assez faibles par rapports aux autres. En effet, la composante du champ électrique suivant l'axe (oy) est presque nulle. Toutefois, l'amplitude de δf_y ne peut pas être considérée comme négligeable. Les variations de fréquences δf_y observées résultent vraisemblablement de la perturbation transversale des deux autres composantes par le cylindre.

Les composantes E_x et E_z sont déduites et comparées avec les composantes observées en simulation à vide (figure 3.41). Une bonne concordance des résultats est observée.

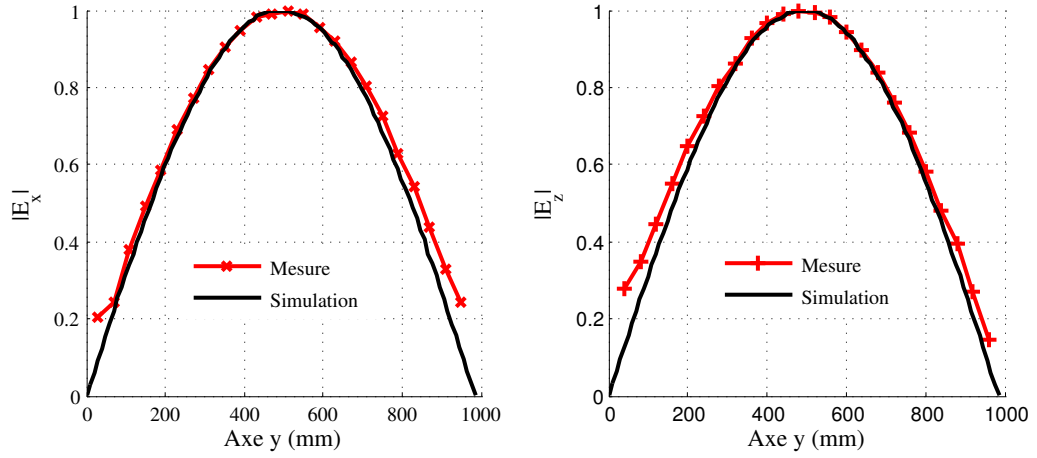


Figure 3.41 – Amplitudes des composantes E_x et E_y pour le mode haut de fréquence f_{0_2} dans la CR avec corrugation.

3.4.4 Mode TEM_{121}

Il s'agit d'un mode similaire au mode TEM_{111} . Sa cartographie montre trois composantes suivant les trois axes. Nous avons opéré de la même manière qu'au paragraphe 3.4.3 pour lever la dégénérescence. Les mesures sont faites sur le mode haut. Comme dans le cas du TEM_{111} où, en simulation, le module de E_z est plus grand que celui de E_x , nous avons observé une composante E_x d'amplitude plus faible que E_z (figure 3.42).

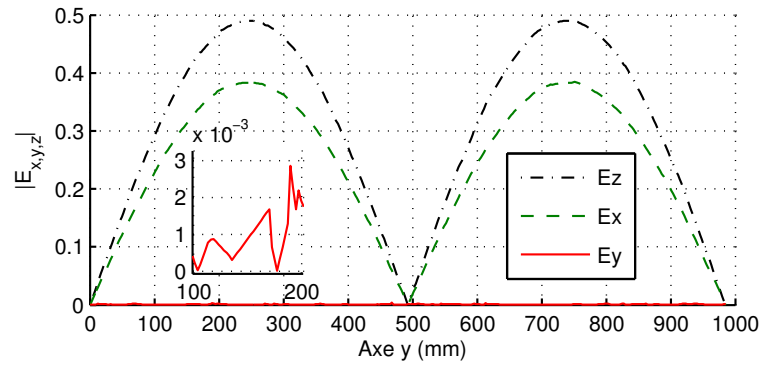


Figure 3.42 – Composantes électriques simulées du mode haut de fréquence f_{0_2} sur l'axe (oy) , cavité avec corrugation .

Nous avons mesuré uniquement les deux composantes non-nulles : E_x et E_z . Les résultats sont présentés sur la figure 3.43. On obtient des courbes d'allures similaires à celles trouvées en simulation. On observe que l'amplitude de E_x est plus faible que celle de E_z , comme dans les

simulations.

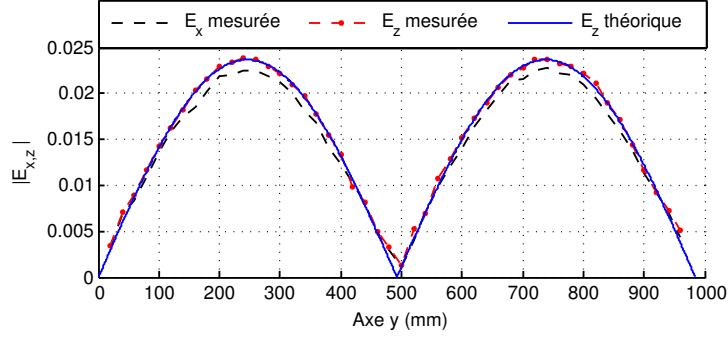


Figure 3.43 – Composantes électriques mesurées du mode haut f_{02} avec corrugation.

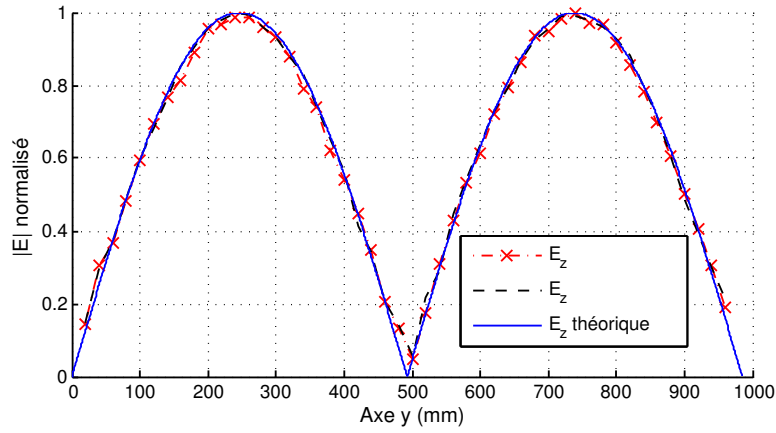


Figure 3.44 – Composantes électriques du mode haut f_{02} normalisées.

La composante théorique sur la figure 3.43 a été normalisée par rapport à E_z mesuré. Le rapport entre les deux amplitudes $\frac{E_z}{E_x}$ est de 1,04 en mesure, contre 1,27 en simulation.

3.4.5 Mesures avec brasseur de modes

3.4.5.1 Mesure du champ électrique

Les mesures précédentes sont faites dans le cas de champs connus analytiquement. Or, la méthode de mesure proposée est générale et indépendante de la géométrie de la chambre. Pour le montrer, une plaque métallique de dimensions 19cm×53,8cm, placée sur un pied de 10cm, est introduite dans la chambre (figure 3.45).

Étant donné que le champ n'est pas connu analytiquement, des simulations sont faites sur le logiciel HFSS afin de relever le champ sur la ligne d'observation et, ensuite, de le comparer avec les mesures. L'amplitude du champ issu des simulations est comparée à celle issue de l'extraction à partir de δf le long de la ligne d'observation ($x_0 = 0, z_0 = 0$). Nous avons observé les deux champs électrique et magnétique (figure 3.46).

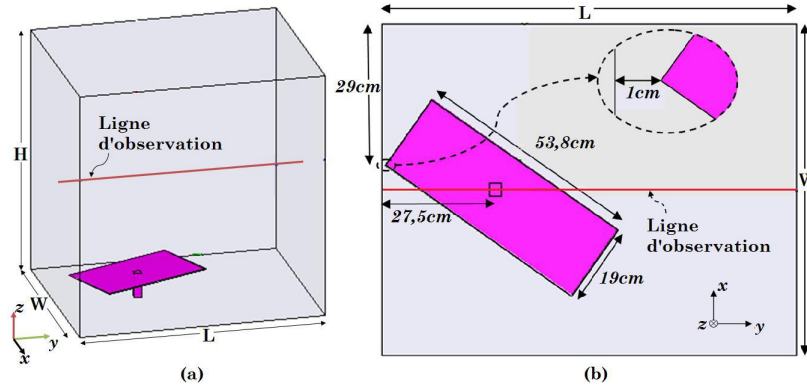


Figure 3.45 – Chambre avec brasseur : (a) vue 3D et (b) vue de dessous.

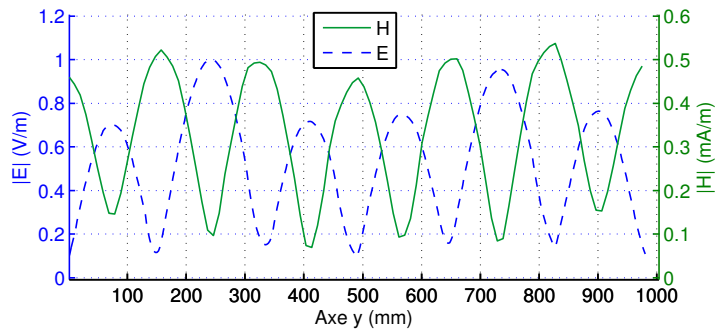


Figure 3.46 – Module des champs électrique et magnétique simulés avec brasseur et sans perturbateur.

Les mesures sont faites avec un perturbateur en plexiglas de permittivité relative $\varepsilon_r = 3,2$, de forme sphérique et de rayon 15mm, placé sur la ligne d'observation. La fréquence de résonance de la chambre à vide (avec brasseur et sans élément perturbateur) est de l'ordre de 924,309 MHz en simulation et 924,092 MHz en mesure. Les courbes de la figure 3.47 indiquent l'amplitude du champ électrique obtenue par mesures et par simulation.

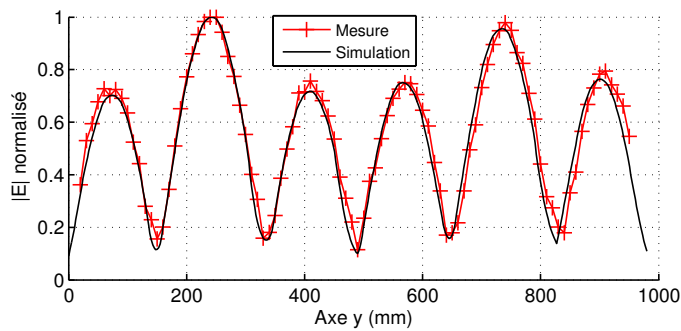


Figure 3.47 – Champ électrique avec brasseur.

On constate une bonne concordance entre les simulations et les mesures. Ces résultats montrent que nous avons mesuré uniquement le champ électrique. Ainsi, l'utilisation d'une sphère

diélectrique a permis de s'affranchir du champ magnétique.

3.4.5.2 Mesure conjointe des champs électrique et magnétique

Nous avons aussi utilisé une sphère en aluminium de rayon 12,5mm pour perturber conjointement les deux champs (figure 3.48).

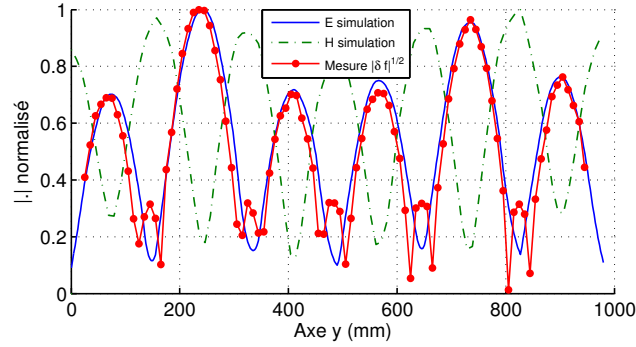


Figure 3.48 – Composantes électrique et magnétique sur la ligne d'observation avec brasseur.

Ces courbes montrent que les deux champs sont influents sur la variation fréquentielle mesurée. En effet, contrairement au cas précédent où le perturbateur est un diélectrique, l'utilisation de l'aluminium implique une perturbation à la fois du champ électrique et du champ magnétique. Ceci vient confirmer le choix d'utilisation d'une sphère diélectrique pour déterminer l'amplitude du champ électrique.

3.4.6 Mesures avec une boîte métallique munie d'ouvertures dans la cavité parallélépipédique

Cette méthode a pour but de montrer que la méthode des perturbations pourrait être utilisée pour mesurer le champ à l'intérieur d'un dispositif. Cette méthode de mesure est particulièrement utile dans ce cas précis étant donné les faibles dimensions du perturbateur, qui permettraient de faire des mesures à travers les ouvertures du dispositif.

Le système se compose de la même cavité parallélépipédique dans laquelle est insérée une boîte en aluminium fermée de dimensions ($L_x = 310mm$, $L_y = 360mm$, $L_z = 560mm$) avec deux ouvertures rectangulaires (figure 3.49). Les deux ouvertures sont centrées sur la ligne de mesure ($x_0 = W/2$, $z_0 = 497,5mm$) (repère en figure 3.49b), et ont les mêmes dimensions ($L_s = 100mm$ et $W_s = 50mm$). Nous appellerons *Slot1* l'ouverture rectangulaire horizontale et *Slot2* l'ouverture rectangulaire verticale.

Les mesures sont effectuées autour de 277,2MHz avec une sphère métallique de rayon égal à un centimètre et une sphère en plastique couverte par du coton humide de rayon 1,5 cm, les dimensions de la sphère étant ici limitées par les largeurs des ouvertures. Les variations du décalage de fréquences mesurées pour les deux perturbateurs sphériques sont présentées dans la figure 3.50a.

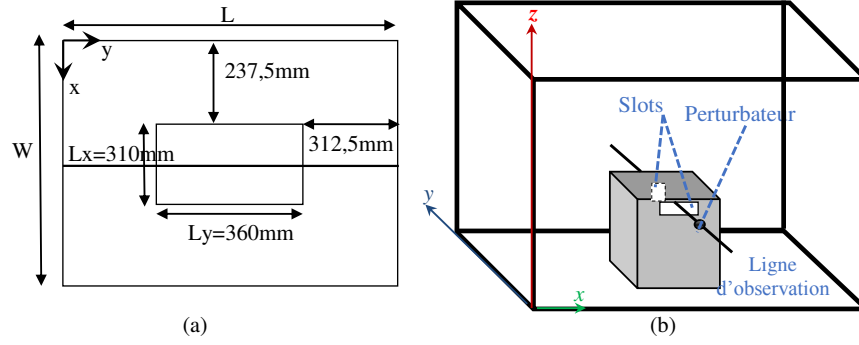


Figure 3.49 – Vue de dessus (a) et tridimensionnelle (b) de la cavité avec tous les éléments.

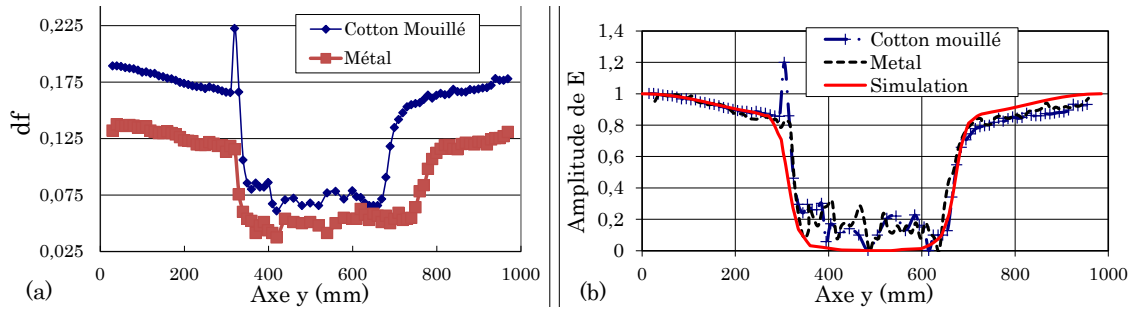


Figure 3.50 – Variations de fréquences en fonction de la position de la bille (a) et amplitudes normalisées des champs électriques (b).

Le rayon de la sphère diélectrique est plus grand que celui de la sphère métallique et son diamètre de 3cm est proche de la largeur d'ouverture de 5cm. Par conséquent, lorsque la sphère diélectrique est à proximité de la première ouverture *Slot1*, située autour de $y = 310$ mm, un phénomène de couplage apparaît et induit, à cette position de la sphère, une valeur de fréquence de résonance qui n'est pas en concordance avec la valeur attendue. D'où le pic observé sur la figure 3.50a. Comme déjà mentionné, la théorie des perturbations repose sur l'hypothèse d'une petite perturbation de champ induit par l'objet perturbateur : cette hypothèse n'est pas respectée à cette position. On note aussi qu'il n'y a pas eu de couplage du côté de *Slot2*. Sur la figure 3.50b, les amplitudes du champ électrique extraites des mesures obtenues avec les deux sphères perturbatrices sont présentées et comparées aux résultats des simulations. On peut remarquer que, à l'exception du pic observé à la position d'ouverture mentionné précédemment, les deux résultats de mesure sont en accord avec les simulations. L'utilisation d'une sonde de champ électrique a été proposée dans des cas similaires [67]. Cependant, il faut noter que la sonde de champ électrique utilisée dans nos mesures est trop grande (diamètre de 53 mm) pour passer à travers ces ouvertures, et que la présence de son câble en fibre optique pourrait également perturber les mesures. En outre, un effet de couplage apparaît entre la sonde et les surfaces conductrices ; il est donc recommandé de respecter une distance minimale de 100 mm entre la sonde et les plans conducteurs. L'effet de couplage observé avec la méthode de perturbation est en revanche local.

3.5 Extraction de l'amplitude maximale du champ mesuré par perturbation

Nous allons voir ici comment l'amplitude exacte du champ peut être calculée à partir de plusieurs paramètres (coefficient de réflexion S_{11} , facteur de qualité Q , puissances, énergie dans la CR à vide W_0 , ... etc.). Dans cette partie, nous allons mesurer le champ électrique par une sonde et par perturbation. Une comparaison sera faite entre les deux méthodes.

La mesure de l'amplitude maximale du champ par perturbation nécessite la connaissance de certains paramètres. Ces derniers font appel à l'utilisation de deux antennes, contrairement aux mesures précédentes conduisant aux variations relatives de l'amplitude. Les mesures seront effectuées dans la cavité parallélépipédique vide (sans brasseur ni boîtier métallique).

a) Cas de mesures avec sonde passive

Dans cette mesure, la sonde est introduite dans la CR comme un simple perturbateur. Elle n'est donc pas alimentée. Les mesures de perturbation sont faites le long de l'axe (oy) passant par le centre de la face de la CR dans le plan (oxz).

Nous avons relevé les différentes fréquences pour toutes les positions de la sonde et en avons déduit le décalage par rapport à la fréquence à vide $f_0 = 339,32 MHz$ (mode TE_{021}).

La figure 3.51 montre les résultats des mesures.

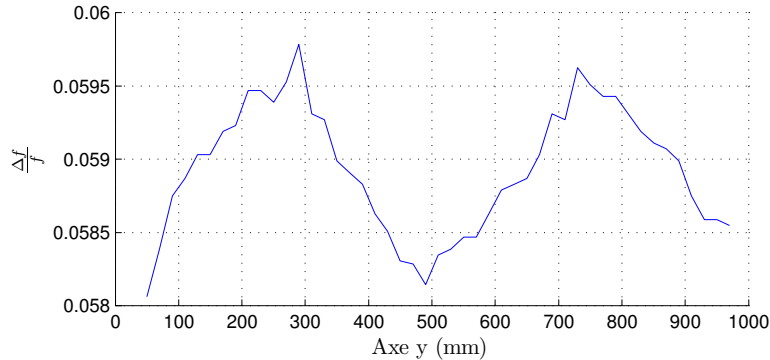


Figure 3.51 – Décalage de fréquences dû à la présence de la sonde dans la CR.

Ces résultats de mesure montrent qu'il y a bien un décalage de fréquence suivant la position de la sonde, même si celui-ci est très faible.

En observant ce décalage, on constate que l'allure de la courbe correspond à celle du champ électrique du mode étudié. Il en résulte que la sonde perturbe bien le champ électrique et ce malgré sa petite taille. D'autres mesures ont été faites sur un mode plus élevé (TE_{061}). Les résultats montrent aussi que la sonde perturbe le champ.

b) Cas de mesures avec sonde active

Pour améliorer la résolution d'observation du champ électrique, nous avons pris un faible pas de mesure de 0,5 cm pour le mode haut (TE_{061}) et de 1cm pour le mode bas (TE_{021}). Pour le mode haut, la durée des mesures est d'une demi-heure pour environ cinq secondes par point de mesures. Quant au deuxième mode, cette durée est presque divisée par deux.

Le système de mesure est constitué :

- d'une source RF reliée à une antenne source qui permet d'exciter seulement le mode voulu,
- de la CR
- de la sonde reliée à l'interface d'acquisition.

La vérification de la fréquence de résonance du mode a été faite comme au paragraphe 1.4.2.3 du chapitre 1 .

Nous avons ajusté la fréquence d'excitation depuis le générateur *RF* jusqu'à ce que le pic de résonance observé sur l'analyseur de spectre soit maximum. Nous avons trouvé ce maximum à 923,7 MHz au lieu des 925,4 MHz prévues théoriquement et 925,5 MHz selon les mesures faites au chapitre 1. Ce décalage de modes qui est apparemment bien visible en hautes fréquences peut être dû à une déformation au cours des mesures des parois de la CR.

La puissance d'excitation de l'antenne est de 0dBm. Pour annuler les pertes dans les câbles et les connecteurs, nous avons ajusté la puissance d'excitation jusqu'à observer 0dBm sur le bolomètre après les câbles utilisés dans cette mesure. Nous avons lu une puissance de 2,08 dBm sur le générateur ; soit des pertes de 2,08 dBm dans les câbles et connecteurs.

Une première mesure a été faite sur le mode haut avec une fréquence d'excitation de 923,7 MHz. Nous constatons que, bien que les six arches apparaissent (figure 3.52), nous n'avons pas su bien positionner la ligne d'observation, puisque une dérive des amplitudes des arches est observée.

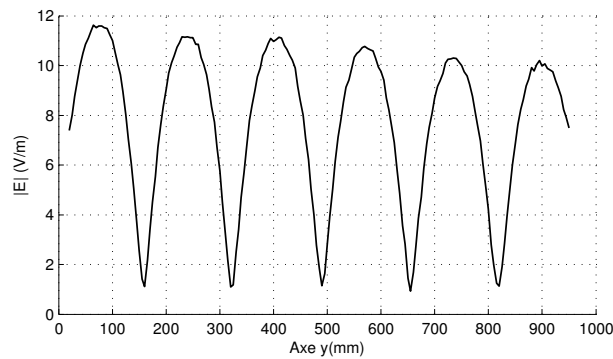


Figure 3.52 – Champ électrique mesuré par la sonde sur une ligne d'observation inclinée.

Après vérification du bon positionnement de cette ligne, nous avons refait les mesures sur les deux modes. Nous avons relevé les champs électriques correspondant à ces modes le long de l'axe (oy) (figure 3.53).

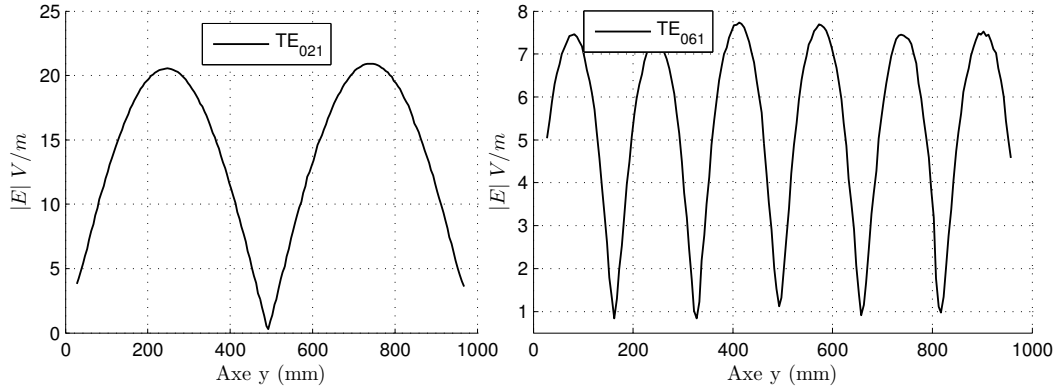


Figure 3.53 – Champ électrique mesurés par sonde au centre de la CR.

Sur le premier mode, l'amplitude maximale du champ est de l'ordre de 20,92 V/m pour le mode TE_{021} et 7,668 V/m pour le mode haut (TE_{061}). Soit un rapport de 2,7 entre les deux amplitudes. Cet écart peut s'expliquer par la différence des coefficients de qualité ainsi que les paramètres de réflexion et de transmission de ces deux modes.

c) Champ mesuré par perturbation

Nous avons mesuré par perturbation le décalage de fréquence avec un perturbateur de métallique (aluminium) de forme cylindrique et de dimensions $R = 1,925mm$ et $h = 11,07cm$. Comme dans le cas de la sonde, nous avons placé le perturbateur au centre et l'avons orienté parallèlement à l'axe ox . Les fréquences de résonance sont observées à partir du coefficient de réflexion S_{11} . La figure 3.54 montre le décalage de la résonance suivant la position du perturbateur sur l'axe (oy).

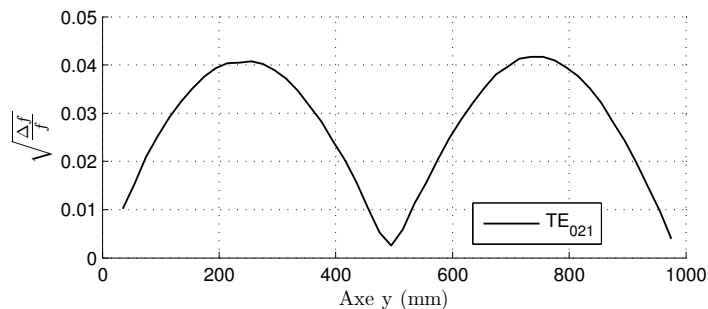


Figure 3.54 – Décalage de fréquences de résonance sur le mode TE_{021} avec un perturbateur cylindrique en aluminium de rayon $R=1,925mm$ et une hauteur $h=11,07cm$.

Il convient maintenant de déterminer le coefficient de proportionnalité K entre le champ réel et le décalage de fréquence que l'on observe par les mesures. Le facteur de qualité d'un mode est

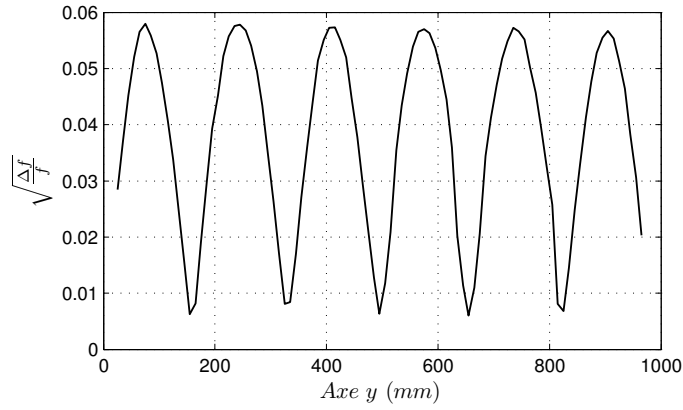


Figure 3.55 – Décalage de fréquences de résonance sur le mode TE_{061} avec un perturbateur cylindrique en aluminium de rayon $R = 1,925mm$ et une hauteur $h=11,07cm$.

défini comme le rapport de la fréquence de résonance par la largeur de bande du mode à -3dB suivant (2.26). A partir des mesures (voir figure 3.56), nous avons trouvé le coefficient de qualité du mode TE_{021} :

$$Q_{021} = \frac{339.1079}{339.4837 - 338.8087} \cdot \frac{1}{1 - 10^{-10.06/20}}$$

On trouve

$$Q_{021} = 732,34$$

En faisant un bilan de puissance on peut déterminer l'énergie totale dans la chambre à vide, selon la relation (2.14) du chapitre 2 qui relie le décalage en fréquence et cette énergie.

$$P_{ea} = P_{pertes} + |S_{11}|^2 P_{ea} + |S_{12}|^2 P_{ea}$$

Soit

$$\frac{P_{pertes}}{P_{ea}} = 1 - |S_{11}|^2 - |S_{12}|^2$$

où P_{ea} est la puissance à l'entrée de l'antenne et P_{pertes} la puissance totale perdue dans la CR. Les valeurs de S_{11} et S_{12} sont relevées à la fréquence de résonance : -8.504 dB pour S_{11} et -10.06 dB pour S_{12} dans le cas du mode TE_{021} (figure 3.56).

On trouve donc

$$\frac{P_{pertes}}{P_{ea}} = 1 - (10^{-8.504/10} + 10^{-10.06/10}) = 0.7601 \quad (-1.19dB)$$

Compte tenu des pertes dans les câbles et les connecteurs des antennes (0.07 dB), les pertes P_{pertes} sont évaluées à

$$P_{pertes} = 0.7479mW$$

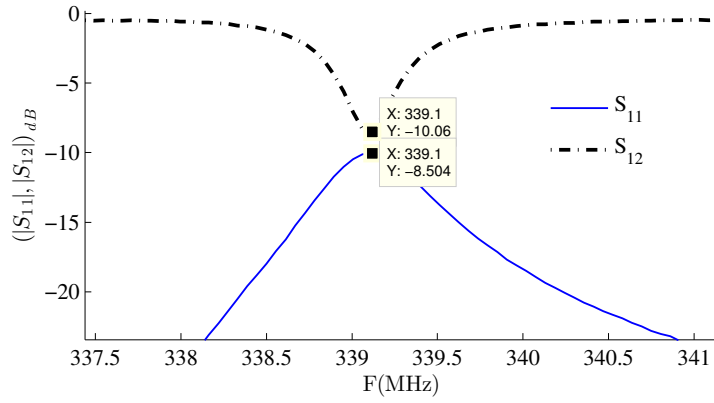


Figure 3.56 – Paramètre S_{11} et S_{12} mesurés autour du mode TE_{021} .

De la relation qui définit le rapport entre coefficient de qualité d'un mode donné et l'énergie à vide [20], on extrait celle-ci :

$$W_0 = \frac{Pertes.Q}{\omega} \quad (3.5)$$

On trouve pour le mode TE_{021}

$$W_0 = 2,5707.10^{-10} J$$

En revenant sur l'expression de la variation de fréquences liée à la perturbation

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{4\pi r^2 h}{12W_0} \frac{\varepsilon_0 \cdot \vec{E}_0^2}{\frac{1}{\varepsilon_r - 1} + \frac{e^2 - 1}{e^2} \left[\frac{1}{2e} \ln \left(\frac{e+1}{1-e} \right) - 1 \right]}$$

où $e = \sqrt{1 - (2R/h)^2}$,

On détermine le champ :

$$|E(f)| = \sqrt{\frac{|\Delta f|}{f}} K \quad (3.6)$$

avec

$$K = \sqrt{\frac{12W_0}{4\pi r^2 h} \frac{le}{\varepsilon_0}} \quad (3.7)$$

Soit

$$K = 500,22$$

Ce facteur est trouvé à partir de l'approximation du cylindre par une ellipsoïde, comme montré dans le chapitre précédent.

Pour avoir le champ électrique mesuré par perturbation, on utilise (3.6) avec les données de la figure 3.54.

En comparant les deux résultats de mesures (mesure du champ par sonde active et par perturbation), on constate que les résultats correspondent comme le montre la figure 3.57.

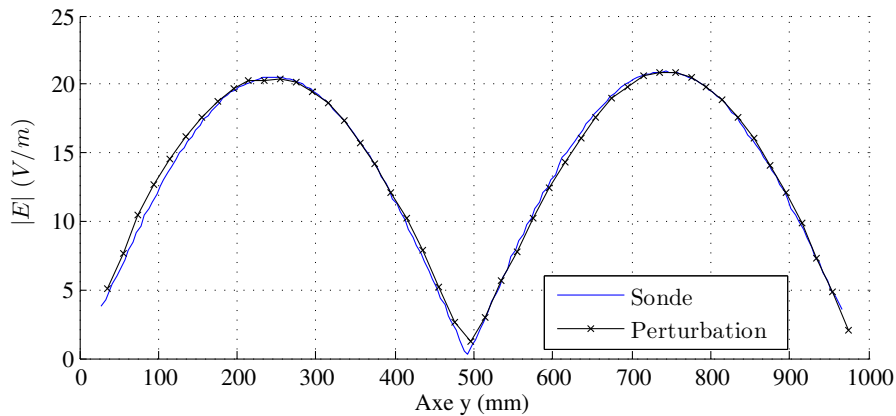


Figure 3.57 – Champs électriques mesurés par sonde et par perturbation avec un cylindre de rayon $R=1,925\text{mm}$ et de hauteur $h=11,07\text{cm}$ sur le mode TE_{021} .

Nous pouvons évaluer l'erreur induite par la sonde sur le mode TE_{021} à partir des décalages de fréquence de la figure 3.51 et du facteur $K = 500,2162$. Nous constatons que la perturbation maximale de l'amplitude du champ est de $0,25\text{V/m}$.

3.6 Limitations et perspectives de développement

En vue d'adapter la méthode de mesure proposée au cas de la chambre réverbérante, plusieurs aspects restent à approfondir.

3.6.1 Précision des mesures

L'extraction des fréquences de résonance a été rendue difficile par le faible coefficient de qualité de la chambre. En effet, notre méthode de mesure est basée sur le changement de fréquence de résonance après introduction du perturbateur. Or, plus le facteur de qualité est grand, plus la mesure de la fréquence de résonance est précise. Ceci permet d'augmenter la précision des mesures en utilisant des perturbateurs de petites tailles ; l'excursion fréquentielle est alors faible mais la mesure bénéficie d'un lieu d'observation devenu ponctuel.

La deuxième difficulté dans la mise en œuvre de ces mesures est liée à la faible rigidité des parois de la chambre. La traction des parois par le fil sur lequel est suspendu le perturbateur a causé des problèmes importants. La traction des parois vers l'intérieur de la chambre diminue

physiquement son volume, ce qui a pour conséquence l'augmentation de la fréquence de résonance. Pour s'affranchir de cet effet, il a fallu donc mesurer la fréquence à vide f_0 après avoir prédisposé les fils permettant de suspendre le perturbateur.

La troisième difficulté est la précision sur le positionnement du perturbateur. Les mesures sont faites avec un positionnement manuel sur une ligne graduée au-dessus de la chambre (figure 3.58). Il est donc évident qu'une erreur de positionnement est inévitable. L'achat d'un actionneur électrique muni d'un moteur pas à pas, contrôlé par ordinateur est prévu pour réduire ces difficultés. Cela va permettre d'augmenter la précision du positionnement du perturbateur et aussi des mesures.

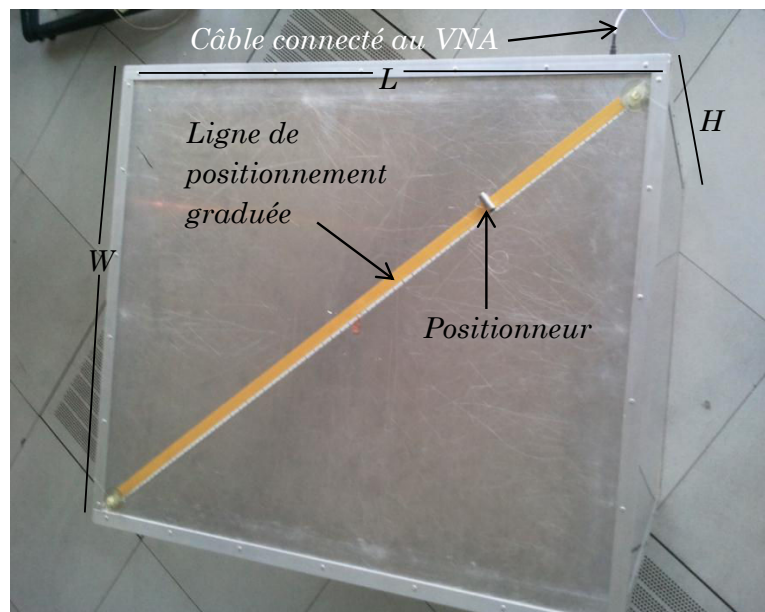


Figure 3.58 – Vue de dessus de la chambre réverbérante.

3.6.2 Recouvrement modal

Les mesures que nous venons de faire sont faites à basse fréquence où la densité modale est faible, ce qui permet de suivre les variations de la fréquence de résonance du mode à étudier sans chevauchement avec les modes voisins. En revanche, pour les modes élevés, notre méthode est limitée d'une part par la faiblesse du coefficient de qualité qui fait que les modes se chevauchent, et d'autre part la sensibilité accrue de la fréquence de résonance à la présence d'un objet à hautes fréquences.

Le principal problème de notre méthode perturbative est la poursuite de la fréquence de résonance du bon mode. Nous montrons en annexe E.1 l'évolution du coefficient de réflexion lors des mesures faites sur le mode TE_{061} avec comme perturbateur une antenne dipôle passive. Certaines positions de l'antenne engendrent des chevauchements entre ce mode et son voisin. Nous avons commencé les mesures avec le bon mode, mais au fur et à mesure du déplacement

de l'antenne, ce mode a disparu et seul le mode voisin est devenu détectable. Nous avons tenu à relever les fréquences de résonance de ces modes dès que la résonance est détectable (pic de résonance observable) pour le mode TE_{061} et son voisin.

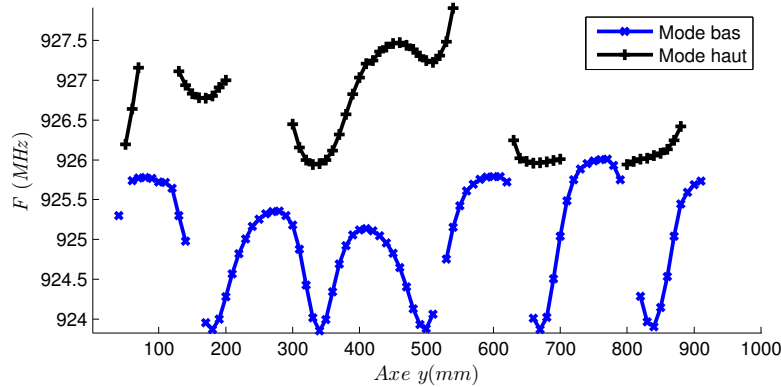


Figure 3.59 – Fréquences relevées sur le mode TE_{061} et son voisin (TE_{016}) avec comme perturbateur l'antenne dipôle.

Les résultats des variations de fréquences de résonance de ces deux modes sont montrés sur la figure 3.59

Dans cet travail, les études menées sur la cavité sont effectuées à des fréquences basses, où les fréquences de résonances peuvent être distinguées facilement. En hautes fréquences, la densité des modes augmente facilitant ainsi un chevauchement entre modes voisins. Dans ce cas, il devient difficile de distinguer les résonances alors que la méthode de perturbation présentée nécessite la détermination des fréquences de résonance ainsi que le facteur de qualité associée. Ainsi, cette forte densité de modes propres limite l'application de notre méthode aux hautes fréquences.

Ce phénomène de chevauchement est facilité par un faible facteur de qualité de la cavité qui élargit les raies des résonances. Les résultats peuvent être améliorés en utilisant une cavité de facteur de qualité plus élevé et un perturbateur de petite taille, de sorte que la fréquence décalée vers le bas, après perturbation, reste au-dessus de la fréquence du mode précédent.

L'utilisation de méthodes évoluées d'extraction des fréquences de résonance en présence de recouvrement pourrait par ailleurs être envisagée.

Dans [68], Kuhl et al. présentent une extraction des positions et des largeurs de résonance pour une cavité microonde, dans une bande de fréquence où la densité de modes est élevée. L'application de la méthode d'inversion d'harmonique pour mesurer le coefficient de réflexion conduit à des fréquences de résonances complexes (la partie imaginaire est liée au facteur de qualité), ainsi que l'amplitude du coefficient de réflexion. Dans cet article, ils ont réussi à extraire ces paramètres sur une bande de chevauchement contenant plus de douze modes. D'autres approches ont également été proposées pour extraire les fréquences de résonance complexes d'une cavité microonde [69].

La précision requise par la méthode des perturbations pour déterminer le décalage de fré-

quence pourrait restreindre ces approches au cas d'un faible chevauchement. Cependant, la fréquence de résonance complexe extraite mène aux seuls paramètres nécessaires (la fréquence de résonance et le facteur de qualité) pour déterminer les propriétés du champ à l'aide de la méthode des perturbations. L'extension de notre technique proposée dans une cavité la cavité à densité modale modérée pourrait être envisagée.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté le dispositif de mesure mis en place ainsi que la procédure de mesure adoptée. Des résultats de mesure du champ électromagnétique par la théorie perturbative ont été obtenus à la fois dans le cas canonique de la cavité parallélépipédique et dans des cas plus complexes après insertion d'objets (corrugation, brasseur, boîtier) dans celle-ci. Une concordance satisfaisante a été obtenue par rapport aux résultats analytiques ou issus de simulations.

L'influence des propriétés des perturbateurs a été étudiée, en faisant varier à la fois les propriétés géométriques et le matériau constitutif des perturbateurs. Ainsi, deux types de perturbateurs sphérique et cylindrique ont été utilisés. Nous avons montré que l'utilisation d'un perturbateur de forme sphérique engendre une perturbation identique de toutes les composantes du champ électrique et conduit donc à l'amplitude du champ total. Le perturbateur de forme cylindrique permet en revanche de mesurer séparément chaque composante du champ électrique. Nous avons toutefois montré, pour ce type de perturbateur, que l'obtention de résultats précis nécessite de placer l'axe du perturbateur cylindrique perpendiculairement à la ligne d'observation le long de laquelle le perturbateur est déplacé, si bien que l'observation de la composante de champ tangente à cette ligne est rendue délicate.

Quant aux propriétés du matériau, il a été démontré qu'elles ont une influence sur la grandeur perturbée, soit le champ électrique ou le champ magnétique. Ainsi, l'utilisation d'un perturbateur sphérique en diélectrique permet de s'affranchir de l'influence du champ magnétique afin de mesurer le champ électrique. En revanche, lors de l'utilisation d'un perturbateur cylindrique fin, nous avons montré que seules les composantes du champ électrique étaient perturbées.

La théorie des perturbations a été largement utilisée dans des micro-cavités. Nous avons montré que la méthode est applicable en cavité de grande taille pour le champ électrique ou par les composantes de celui-ci. Pour valider cette technique, des simulations et des mesures ont été faites et comparées. Nous avons vu que même avec brasseur, la méthode reste toujours valide (pour un mode bien isolé).

Nous avons aussi montré que l'amplitude maximale du champ peut être obtenue à partir d'un bilan de puissance entre la puissance d'excitation de l'antenne et les paramètres S mesurés.

Par ailleurs, les résultats des mesures du champ obtenus par notre méthode perturbative sont proches de ceux obtenus par la sonde. En revanche, nous avons mis en évidence la difficulté à mesurer le champ par une antenne dipolaire à cause de sa constitution métallique qui perturbe le champ.

Nous venons de voir que notre méthode est aussi utilisable pour la mesure du champ électrique à l'intérieur d'un dispositif placé dans la CR . Les résultats de simulation et de mesure le montrent. Toutefois, il faut faire attention au choix de la taille du perturbateur vis-à-vis des dimensions des fentes afin d'éviter un éventuel couplage entre le perturbateur et le contour de la fente.

Les pistes pour améliorer notre dispositif de mesure consistent tout d'abord à rigidifier la cavité en renforçant ses côtés, ensuite à veiller à la qualité des jonctions pour réduire les pertes

et augmenter son facteur de qualité ; ces deux points ont été améliorés en fin de thèse.

Cela permettra d'améliorer la distinction des fréquences de résonance et d'effectuer des mesures sur des modes plus élevés que ceux que nous venons d'étudier. Nous cherchons par ailleurs à automatiser le système de contrôle du positionnement du perturbateur dans la chambre, ceci dans le but de s'assurer d'un pas d'observation du champ constant et d'éviter les écarts entre les valeurs théoriques et mesurées liés aux erreurs de positionnement.

Chapitre 4

Détermination des directions d'arrivée en milieu multi-trajets

Contents

4.1	Analogie entre milieu <i>indoor</i> et chambre réverbérante à brassage de modes	124
4.2	Détermination des directions d'arrivée	125
4.2.1	Principe de l'algorithme MUSIC	125
4.2.2	Mesures en chambre anéchoïde	130
4.2.3	Erreur minimale d'estimation de direction d'arrivée : Borne de Cramer-Rao (BRC)	136
4.3	Directions d'arrivée en chambre réverbérante	140
4.3.1	Domaine d'application de la méthode	140
4.3.2	Étude théorique des directions d'arrivée	141
4.3.3	Étude de la cavité vide	142
4.3.4	Étude avec brasseur	148
4.4	Conclusion	153

4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons montré une approche qui permet de mesurer le champ électromagnétique dans une cavité résonante. Nous allons cette fois aborder l'étude des directions d'arrivée des champs en chambre réverbérante. Une thèse soutenue en 2009 au sein du laboratoire ESYCOM¹[70] avait pour objectif d'observer les directions d'arrivée du champ électrique dans une chambre 2D à partir de résultats de simulation. Un bref rappel sur la méthode utilisée pour estimer les directions d'arrivée sera fait préalablement pour le lecteur afin de mieux comprendre le travail mené. Nous verrons en particulier une analyse de la limite en précision de la détection par la méthode de *Cramer – Rao* [71]. La validation de l'outil d'estimation sera faite tout d'abord sur des signaux de synthèse. La deuxième étape sera la réalisation d'un banc de mesure pour lequel les paramètres à estimer (directions d'arrivée) sont connus. Pour finir, nous appliquerons cet outil au champ électrique mesuré dans la chambre réverbérante au chapitre 3 via la technique de perturbation.

4.2 Analogie entre milieu *indoor* et chambre réverbérante à brassage de modes

Un canal de propagation *indoor* est un milieu de propagation radio généralement couvert. On peut par exemple citer les immeubles de bureaux, les centres commerciaux, les appartements, ..etc. Dans ces milieux, les ondes subissent un grand nombre de réflexions sur les murs. Ces milieux de propagation d'ondes radioélectriques ont un comportement difficilement prédictible à cause des objets (homme, mobilier,...) qui occupent le milieu ; une description statistique est donc généralement adoptée. Leur étude est souvent basée sur le comportement des trajets dans le temps ; elle est généralement statistique et fait appel à des modèles mathématiques [72].

Dans une chambre réverbérante à brassage de modes, les ondes radioélectriques subissent plusieurs réflexions d'une part sur les parois de la chambre et d'autre part sur le brasseur. De ce fait, elle présente un milieu de propagation radioélectrique similaire à celui des milieux *indoor*. Beaucoup d'études sur la similarité de ces deux milieux ont été faites [20]. Les études sont généralement focalisées sur la détermination de paramètres statistiques correspondant aux modèles mathématiques du canal de propagation *indoor* [14] : type de distribution du profil de retard en puissance dans le temps, variance des retards (décrivant la cohérence du canal), etc.

4.3 Détermination des directions d'arrivée

Les directions d'arrivée peuvent être obtenues de manière classique avec une transformée de Fourier [70] ou par des méthodes dites de haute résolution [73, 70]. Or, l'analyse de Fourier souffre

1. Le Laboratoire d'[Electronique](#), [SYstèmes de Communications et Microsystèmes](#) est une unité multi établissements qui regroupe des enseignants-chercheurs de l'Université de Paris-Est Marne-la-Vallée (UPEM), de l'Ecole Supérieure d'Ingénieur en Electronique et Electrotechnique (ESIEE-Paris) et du Conservatoire National des Arts et Métiers (le CNAM)

d'une résolution angulaire réduite pour une surface d'observation limitée à quelques longueurs d'onde, et génère des lobes secondaires qui perturbent la détermination des directions d'arrivée réelles. C'est pourquoi nous lui préférons les méthodes haute résolution.

Les premiers travaux sur les méthodes à haute résolution ont été publiés en 1795 par Prony [74] pour l'estimation d'une somme d'exponentielles. Un approfondissement de cette méthode a été apporté en 1973 par Pisarenko sur l'estimation de sinusoides [75]. La modernisation de ces méthodes se base sur la décomposition en deux sous-espaces signal et bruit. En 1983, Barabell propose une autre technique d'estimation de directions d'arrivée basée sur le sous-espace bruit [76]. Schmitdt propose une méthode d'estimation basée sur le sous-espace signal connue sous le nom de MUlti SIgnal Classification en 1986 [77]. Depuis, plusieurs études ont été faites sur cette méthode et beaucoup de variantes ont été développées[78] :

- ESPRIT [79, 80, 81, 82]
- Minimum Norm Method : cet algorithme est proposé par Tufts et Kumaresan [83]
- MUlti SIgnal Classification (MUSIC)[84, 85, 86, 87]

Godar [88] et Gross [71] ont comparé les différentes méthodes usuelles dans ce domaine. Dans notre étude, nous nous intéressons plus précisément à l'algorithme MUSIC et une de ses variantes beaucoup plus performante que MUSIC [89], connue sous le nom de Root-MUSIC [90, 91]. Ce choix est justifié par sa haute résolution comparée aux autres méthodes utilisées pour la détermination de directions d'arrivée [70]. Une étude sur la détermination des directions d'arrivée dans la chambre réverbérante à l'aide de plusieurs algorithmes a été faite dans notre laboratoire et le choix de l'outil d'estimation s'est orienté vers Root-MUSIC [70]. Une comparaison sur les performances de ces différentes méthodes pour déterminer des directions d'arrivée dans un cas plus général peut être trouvée dans [71].

4.3.1 Principe de l'algorithme MUSIC

Nous présentons ici le principe sur lequel reposent les algorithmes MUSIC et Root-MUSIC utilisés par la suite. Des informations supplémentaires sont données en Annexe C.

4.3.1.1 Réseau d'antennes

Le réseau d'antennes est constitué de six antennes monopoles imprimées identiques, vues au chapitre 1. Les antennes sont équidistantes de 5cm et connectées le long d'un axe horizontal perpendiculaire à la ligne d'alimentation du patch. Les antennes, toutes parallèles, sont mises de profil par rapport au plan comportant l'axe d'alimentation et passant par le milieu des patches, de façon à éviter que deux antennes voisines se touchent.

Comme le montre le diagramme de rayonnement sur la figure 4.1, le rayonnement de ces antennes est proche de l'omnidirectionnalité. En réception, le réseau effectue un échantillonnage de l'onde électromagnétique dans l'espace.

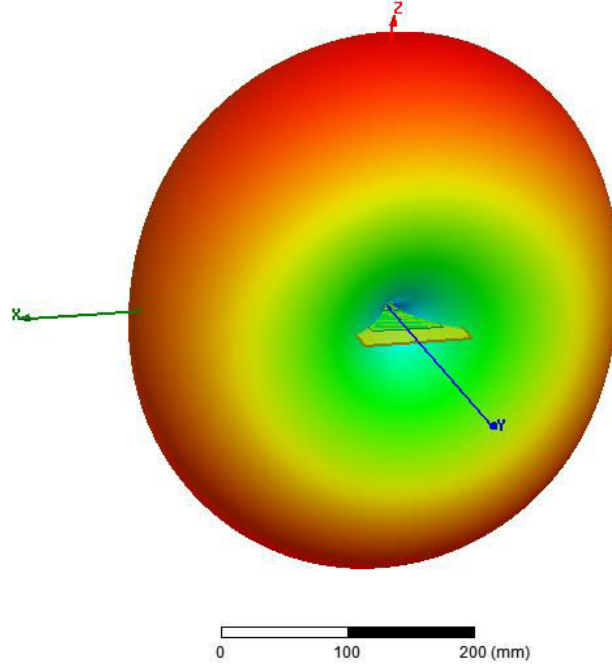


Figure 4.1 – Diagramme de rayonnement de l'antenne simulée sous HFSS

4.3.1.2 Retard de propagation dans un réseau linéaire et uniforme

Soit un réseau linéaire d'antennes de N éléments numérotés de 0 à $(N - 1)$, espacés d'une fraction² de longueur d'onde de la fréquence d'utilisation.

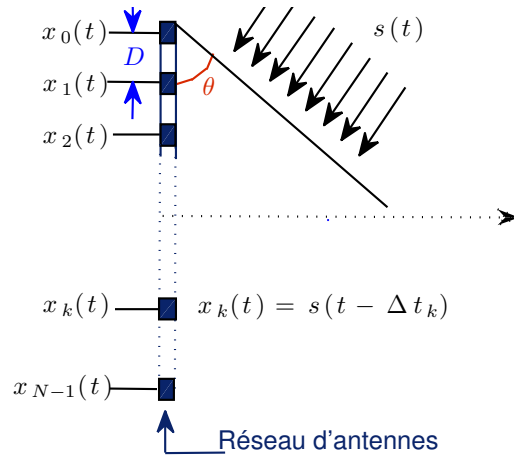


Figure 4.2 – Propagation de la porteuse du signal $s(t)$ sur chaque antenne du réseau linéaire. D est la distance entre deux antennes voisines

Du fait que les antennes soient rapprochées, on peut considérer que les signaux reçus sur les différentes antennes sont corrélés. Le signal est reçu sur chaque antenne à des instants différents. Par convention, on prend pour référence de phase l'antenne 0 : la phase du signal reçu à l'antenne

2. Le choix de cette distance est fait en respectant la condition de Shannon

0 est nulle. Pour mesurer la différence de phase, on mesure la différence des temps d'arrivée du signal entre l'antenne 0 et l'antenne k . Selon la figure 4.2, moyennant quelques transformations trigonométriques, on obtient le *retard de propagation* Δt_k entre antennes :

$$\Delta t_k = \frac{kD \sin \theta}{c} \quad (4.1)$$

avec c la vitesse de la lumière dans le vide.

En supposant que la porteuse $s(t)$ de fréquence f_0 est un signal numérique à bande étroite, modulé par le signal s_a de période inter-symbole T , on a donc le signal complexe $s(t)$ suivant :

$$s(t) = s_a(t) e^{j2\pi f_0 t} \quad (4.2)$$

avec c la vitesse de propagation dans le vide.

Le signal x reçu sur l'antenne k est :

$$x_k(t) = s_a(t - \Delta t_k) e^{j2\pi f_0 (t - \Delta t_k)} \quad (4.3)$$

Après démodulation, on obtient le signal en bande de base :

$$x_k(t) = s_a(t - \Delta t_k) e^{-j2\pi f_0 \Delta t_k} \quad (4.4)$$

Le signal en bande de base reçu est échantillonné avec une période T , la durée des symboles, aux instants $t = nT$.

$$x_k(nT) = s_a(nT - \Delta t_k) e^{-j2\pi f_0 \Delta t_k} \quad (4.5)$$

On considère que la durée des symboles est grande par rapport au temps de propagation du signal sur le réseau, i.e. $T \gg \Delta t_k$, $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$. Dans ce cas, l'amplitude s_a est constante durant la propagation sur le réseau [88]. Pour éviter le sous-échantillonnage dans l'espace, il faut que la distance entre deux antennes voisines D soit inférieure ou égale à $\frac{\lambda}{2}$ puisque le déphasage entre deux antennes adjacentes $\mu_p = \frac{2\pi}{\lambda} D \sin \theta$ atteint ses valeurs extrémales $\pm \frac{2\pi}{\lambda} D$ pour $\sin \theta = \pm 1$, où il est compris entre $\{-\pi, \pi\}$ [78, 92], c'est-à-dire

$$-\pi \leq \mu_p = \frac{2\pi}{\lambda} D \leq \pi$$

d'où ce que nous venons d'annoncer

$$D \leq \frac{\lambda}{2}$$

Avec cette hypothèse sur la durée inter-symboles et en remplaçant Δt_k par son expression de (4.1), on trouve :

$$x_k(nT) \approx s_a(nT) e^{-j2\pi k d \sin \theta} \quad (4.6)$$

Avec $d = \frac{D}{\lambda}$.

En utilisant une notation discrète avec n seulement (4.6) devient :

$$\begin{aligned} x_k[n] &\approx s_a[n] e^{-j2\pi kd \sin \theta} \\ &= s_a[n] a_k(\theta) \end{aligned} \quad (4.7)$$

L'expression (4.7) est valable pour un signal reçu sur l'antenne k . Pour r signaux reçus, elle devient :

$$x_k[n] \approx \sum_{i=0}^{r-1} s_{a_i}[n] a_k(\theta_i) \quad (4.8)$$

4.3.1.3 Équation de la matrice réseau

En considérant tous les éléments du réseau ($k = 0, 1, 2, \dots, N-1$), l'équation (4.8) peut s'exprimer sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} x_0[n] \\ x_1[n] \\ x_2[n] \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{N-1}[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0(\theta_0) & a_0(\theta_1) & \dots & a_0(\theta_{r-1}) \\ a_1(\theta_0) & a_1(\theta_1) & \dots & a_1(\theta_{r-1}) \\ a_2(\theta_0) & a_2(\theta_1) & \dots & a_2(\theta_{r-1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N-1}(\theta_0) & a_{N-1}(\theta_1) & \dots & a_{N-1}(\theta_{r-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0[n] \\ s_1[n] \\ s_2[n] \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ s_{r-1}[n] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_0[n] \\ v_1[n] \\ v_2[n] \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ v_{N-1}[n] \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

où $v_k[n]$ est le bruit additif sur l'antenne k . L'équation (4.9) peut s'écrire sous la forme plus compacte suivante :

$$\begin{aligned} \underset{[N \times 1]}{X_n} &= \underset{[N \times r]}{[a(\theta_0) \ a(\theta_1) \ \dots \ a(\theta_{r-1})]} \underset{[r \times 1]}{s_n} + \underset{[N \times 1]}{v_n} \\ &= A s_n + v_n \end{aligned} \quad (4.10)$$

Les colonnes de la matrice A nommées $a(\theta_i)$ sont appelées vecteurs directionnels du signal s . On considère que chaque signal parmi les r signaux provient de directions différentes. En l'absence de bruit, X_n est une combinaison linéaire des colonnes de A . Ces vecteurs colonne engendrent ce que l'on appelle le *sous-espace signal* [93] [94] [77].

4.3.1.4 Éléments propres de la matrice de corrélation spatiale

On suppose que le bruit v est blanc, gaussien et centré de variance σ^2 et de matrice de corrélation $\sigma^2 I$. On définit la matrice d'auto-corrélation du signal reçu par le réseau d'antennes

par

$$\begin{aligned}
R_{xx} &= E[X_n X_n^H] \\
&= E[(As_n + v_n)(As_n + v_n)^H] \\
&= AE[s_n s_n^H]A^H + E[v_n v_n^H] \\
&= AR_{ss}A^H + \sigma^2 I
\end{aligned} \tag{4.11}$$

avec

$$R_{ss} = E[s_n s_n^H] \tag{4.12}$$

On suppose aussi que le nombre de signaux sources est inférieur au nombre d'antennes du réseau : $r < N$.

Tout vecteur q_n orthogonal aux vecteurs de A est un vecteur propre de R_{xx} . En effet,

$$R_{xx}q_n = (AR_{ss}A^H + \sigma^2 I)q_n = 0 + \sigma^2 Iq_n = \sigma^2 Iq_n \tag{4.13}$$

Comme A est de dimension $N \times r$, il y a $(N - r)$ vecteurs linéairement indépendants de valeurs propres σ^2 . L'espace engendré par ces $(N - r)$ vecteurs est connu sous le nom de *sous-espace bruit*.

Les vecteurs propres de $AR_{ss}A^H$ de valeur propre non nulle forment quant-à eux une base du sous-espace signal. Si q_s est un vecteur propre de $AR_{ss}A^H$, alors

$$\begin{aligned}
\Rightarrow R_{xx}q_s &= (AR_{ss}A^H + \sigma^2 I)q_s \\
&= (\sigma_s^2 + \sigma^2)q_s
\end{aligned} \tag{4.14}$$

On constate que q_s est un vecteur propre de R_{xx} de valeur propre $\sigma_s^2 + \sigma^2$ où σ_s^2 est valeur propre de $AR_{ss}A^H$. En ordonnant les valeurs propres $\sigma_1^2, \sigma_2^2 \dots \sigma_N^2$ de R_{xx} de façon décroissante, on a $(\sigma_i^2 \geq \sigma_{i+1}^2)$ pour $i = 1, 2, \dots, r - 1$ et $\sigma_r^2 > \sigma_{r+1}^2 = \sigma_{r+2}^2 \dots = \sigma_N^2 = \sigma^2$. Si les r signaux sont décorrélés, la matrice R_{xx} est Hermitienne et donc décomposable :

$$R_{xx} = PDP^H = [P_s P_n] \begin{bmatrix} D_s & 0 \\ 0 & \sigma^2 I \end{bmatrix} [P_s P_n]^H \tag{4.15}$$

où

- P_s est une matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres du *sous-espace signal*
 - P_n est une matrice dont les colonnes sont les vecteurs du *sous-espace bruit*
-

-
- D_s est une matrice diagonale $(N - r) \times (N - r)$ dont les valeurs de la diagonale sont les valeurs propres de la matrice d'auto-corrélation R_{xx} .

On notera que les *sous-espaces* bruit et signal sont orthogonaux entre eux.

L'application de cette méthode de décomposition est soumise à une condition importante : $\sigma_s^2 > \sigma^2$ ce qui nécessite d'avoir un nombre d'antennes supérieur au nombre de signaux. La connaissance a priori du nombre de signaux r est donc nécessaire. Dans le cas de nos mesures en chambre anéchoïde, le nombre de sources est préalablement connu, mais ceci n'est pas vrai dans le cas général, et en particulier dans la chambre réverbérante. La méthode de détermination du nombre d'arrivée que nous avons utilisée sera présentée par la suite.

Pratiquement, on relève le vecteur observation X dont chaque élément représente la somme des signaux reçus par une antenne à l'instant t . Ensuite, on calcule son auto-corrélation pour procéder à la décomposition en éléments propres. Il existe une fonction *Matlab* appelée *SVD* (Singular Value Decomposition) qui réalise cette décomposition et qui ordonne les valeurs propres. Elle décompose une matrice en produit de trois matrices de la forme

$$M = USU' \quad (4.16)$$

où S est une matrice diagonale dont les éléments sont les valeurs propres de M . U une matrice dont les colonnes représentent les vecteurs propres de M .

4.3.2 Mesures en chambre anéchoïde

Pour valider expérimentalement notre outil d'estimation de directions d'arrivée, nous allons l'appliquer dans le cas d'un milieu connu : la chambre anéchoïde. L'étude se fait sur un canal stationnaire connu. L'objectif est de valider les techniques de traitement utilisées pour déterminer les directions d'arrivée. Ces techniques sont appliquées sur des valeurs de champs complexes reçus par le réseau de capteurs. Le travail se décompose en deux phases, une phase expérimentale et une phase de traitement de données.

4.3.2.1 Banc de mesure

Il s'agit de générer un canal de propagation stationnaire connu a priori. Pour ce faire, une ou plusieurs antennes cornet sont placées dans une chambre anéchoïde. Le réseau unidimensionnel composé des monopoles imprimés y est également introduit. Les mesures de transmission entre les antennes cornet et les antennes imprimées sont effectuées avec l'analyseur de réseau vectoriel évoqué dans le second chapitre. Le réseau d'antennes est connecté à un commutateur qui permet de sélectionner successivement chaque antenne. La figure 4.3 illustre le schéma de l'ensemble dans le cas d'une antenne cornet utilisée comme source primaire et une deuxième source secondaire matérialisée par un mur métallique. Les mesures sont réalisées sur une plage de fréquence centrée en 2,4 GHz.

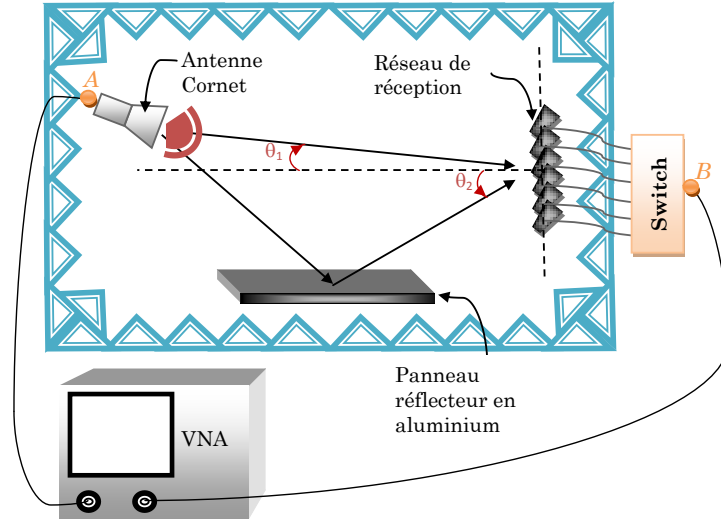


Figure 4.3 – Synoptique du dispositif de mesure en chambre anéchoïde

4.3.2.2 Différentes configurations

Dans cette campagne de mesures, nous avons adopté trois types de configuration pour notre banc de mesure. La première est illustrée sur la figure 4.3.

La deuxième consiste à utiliser pour source une antenne cornet placée successivement en deux positions différentes. La reconstitution du vecteur observation se fait en superposant les deux signaux acquis sur chaque antenne du réseau. La superposition des signaux relatifs à chaque position de la source et l'activation successive de chaque élément du réseau sont rendues applicables grâce à la stationnarité³ dans la chambre anéchoïde.

La troisième et dernière configuration comporte deux antennes cornet reliées successivement à la première voie de l'analyseur. Nous nous intéressons dans ce cas à une étude bidimensionnelle qui permet de trouver non seulement les directions d'arrivée mais aussi leurs retards respectifs (i.e. distance du parcours de l'onde depuis la source jusqu'au réseau d'antennes). Ainsi, les mesures sont réalisées sur les coefficients de transmission complexes (paramètres S_{21}) entre les deux voies de l'analyseur sur une bande de fréquence dont la largeur et le pas fréquentiel sont choisis pour répondre à des critères prédéfinis.

Dans ce rapport, on s'intéresse uniquement aux directions d'arrivée pour une fréquence d'utilisation de 2,4 GHz et la configuration adoptée est la première. On notera toutefois que les tests ont également été concluants dans les deux autres configurations.

3. Un milieu est dit stationnaire si sa réponse impulsionnelle est invariante dans le temps, autrement dit si la source et le récepteur sont fixes et que leur environnement ne comporte pas d'objet en mouvement

4.3.2.3 Estimation des directions d'arrivée d'un signal synthétisé

L'estimation de directions d'arrivée sur un réseau d'antennes est largement étudiée dans la littérature [88] [70] [95]. Nous utiliserons les algorithmes Multi Signal Classification (MUSIC) et Root-MUSIC pour l'estimation des directions d'arrivée. Dans les exemples étudiés, aussi bien en chambre anéchoïde qu'en chambre réverbérante, les ondes planes incidentes, provenant d'une unique source, sont corrélées. L'algorithme MUSIC étant applicable à des sources non corrélées, un lissage spatial est effectué préalablement à l'utilisation de cet algorithme [96][70]. Cette technique, exposée en Annexe C.2, consiste à subdiviser le réseau de capteurs global en plusieurs sous-réseaux, et à traiter les observations sur ces différents sous-réseaux pour réduire la corrélation entre les sources. Toutefois, cette technique comporte des limitations puisqu'elle réduit le nombre d'antennes effectives [78], ce qui a pour conséquence de réduire la résolution angulaire de la méthode.

Prenons dans un premier temps un exemple analytique. On considère un réseau linéaire de $N = 6$ antennes identiques, distantes de $D = 0,5\lambda$, illuminées par $r = 2$ sources dont les directions d'arrivée sont $\theta_1 = 20^\circ$ et $\theta_2 = -45^\circ$ (tableau 4.1). Nous avons choisi un bruit de variance $\sigma^2 = 0,025^2$. En prenant deux amplitudes égales à 1 pour ces deux sources, après traitement par *MUSIC*, on trouve les directions d'arrivée à partir du pseudo-spectre MUSIC (voir Annexe C.1.1) représenté sur la figure 4.4 (angles associés aux pics du pseudo-spectre).

r	M	θ_1	θ_2	d	s_1	s_2
2	6	20°	-45°	0.5	1	1

Tableau 4.1 – Propriétés du cas analytique choisi

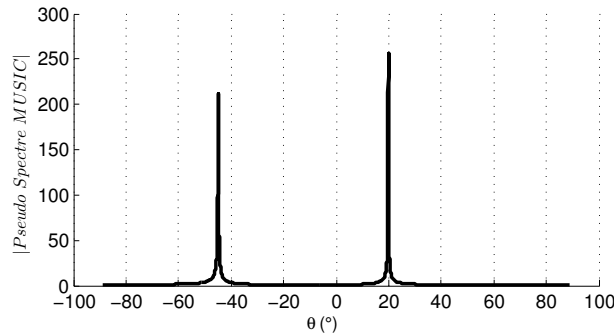


Figure 4.4 – Pseudo-spectre MUSIC indiquant les directions d'arrivée des deux ondes planes en présence de bruit blanc

Après estimation par *MUSIC*, on trouve $\theta_1 = 19,84^\circ$ au lieu de 20° et $\theta_2 = -44,88^\circ$ au lieu de -45° . Notons que les amplitudes du Pseudo Spectre correspondant aux deux directions d'arrivée n'indiquent pas l'amplitude du signal (elles n'ont pas de signification physique). Nous avons dans un second temps généré un signal non bruité afin de voir l'influence du bruit. La

figure 4.5 montre que, dans ce cas, l'estimation est parfaite.

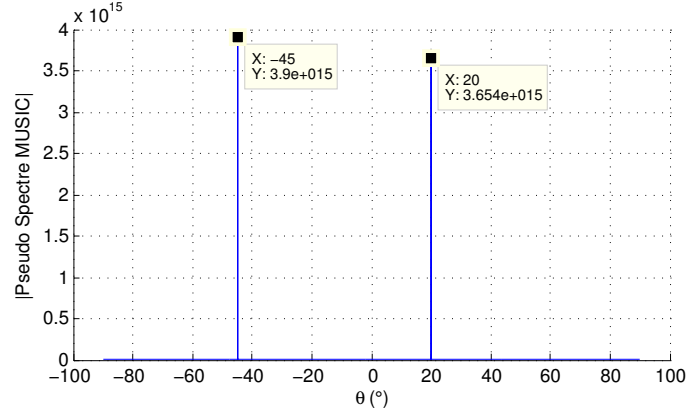


Figure 4.5 – Directions d'arrivée de deux sources d'ondes planes non bruitées

Un autre algorithme d'estimation de directions d'arrivée est utilisé pour plus de précision, l'algorithme *Root – MUSIC*. Il consiste à trouver les r racines complexes d'un polynôme dont les arguments contiennent les directions d'arrivée (voir annexe C.1.2). Une comparaison entre *MUSIC* et *Root – MUSIC* sera faite au paragraphe 4.3.2.4 avec des signaux mesurés. La figure 4.5 montre l'estimation très précise des directions d'arrivée par Root-MUSIC.

Pour retrouver les amplitudes des deux ondes planes incidentes, nous avons appliqué la méthode *des moindres carrés*. Cette méthode a été utilisée par Gauss en 1801 pour calculer l'orbite de l'astéroïde *Ceres* après 41 jours d'observation, afin de prédire sa réapparition [97]. L'objectif de Gauss était de trouver les valeurs des paramètres qui pourraient caractériser une ellipse semblable à celle d'une orbite d'une planète dont on connaît N positions. Dans notre cas, le fonctionnement de l'algorithme des moindres carrés sert à minimiser la différence entre les N observations de X et As .

Alors l'estimateur des amplitudes, pour un signal d'observation à bruit centré [98], selon l'algorithme des moindres carrés est le vecteur donné par [97]

$$s = (A^H A)^{-1} A^H X \quad (4.17)$$

Cette relation est aussi utilisée dans [70] pour l'estimation des amplitudes des ondes planes. L'erreur d'estimation est principalement due au bruit contenu dans les observations. Les amplitudes estimées sont montrées sur le tableau 4.2. L'avantage de cette méthode est de contourner une éventuelle non-inversibilité de la matrice A en passant par $(A^H A)$ qui est toujours inversible.

Trajet		1	2
Direction d'arrivée (θ)	Théorique	20°	-45°
	Estimée	19,88°	-44,88°
Amplitude (s)	Théorique	1	1
	Estimée	1,0049	0,9608

Tableau 4.2 – Tableau récapitulatif des valeurs théoriques et estimées par MUSIC pour le signal synthétisé (en présence de bruit)

4.3.2.4 Estimation à partir de mesures dans la chambre anechoïde

On considère la première configuration où l'on dispose d'une source primaire (antenne cornet) et d'une source secondaire (réflecteur en aluminium). L'antenne cornet est placée à $\theta_1 = 34^\circ$ et le panneau réflecteur à $\theta_2 = -25^\circ$ tous deux par rapport à la normale au réseau d'antennes de réception. Le calibrage est fait entre les points A et B de la figure 4.3, et n'inclue donc pas le switch et les connexions vers les antennes du réseau, mais nous allons voir comment nous nous sommes ramenés à la propagation en espace libre entre l'antenne cornet et les antennes du réseau.

Bien que les six câbles reliant le switch aux six antennes soient identiques, nous avons, pour plus de précision, caractérisé chaque chemin. Les paramètres ont alors été mesurés entre le point B et chaque accès S_{wi} , $i = 1, 2, \dots, 6$ (figure 4.6).

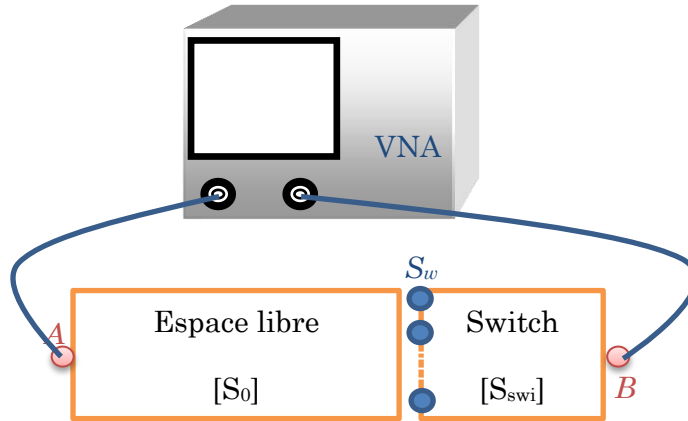


Figure 4.6 – Subdivision en blocs quadripolaires de paramètres S_{21} du dispositif de mesures

L'influence de cette connectique a ainsi pu être extraite des mesures effectuées entre les points A et B , en représentant la mise en cascade des différents éléments du dispositif sous la forme d'un produit de matrices de transfert $[T]$. Une transposition des paramètres $[T]$ en paramètres $[S]$ est effectuée en annexe D.1.

La figure 4.7 montre les paramètres $[S_0]$ entre les accès des antennes (A et S_{wi}), après extraction

de l'influence des switches.

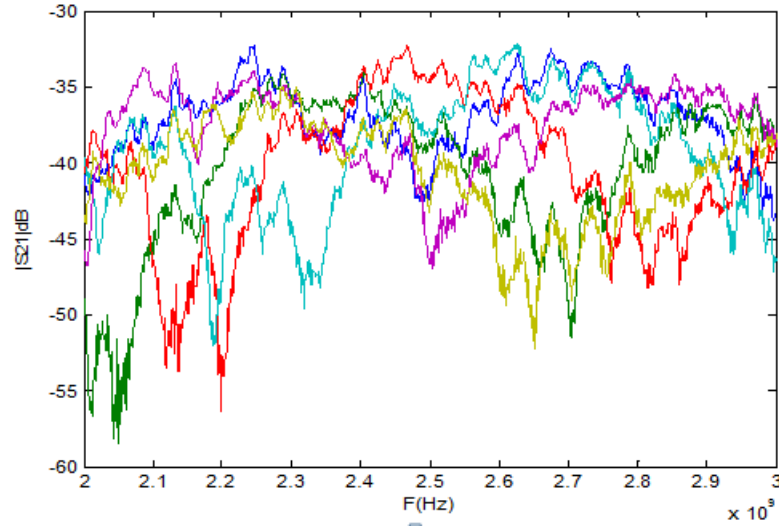


Figure 4.7 – Paramètres S_{21} entre l'accès de l'antenne d'émission et les accès des 6 antennes de réception

Les traitements pour extraire les directions d'arrivée se font sur une seule fréquence. En conséquence, pour chaque antenne, nous avons considéré la valeur du paramètre S_{21} à la fréquence de 2,4 GHz.

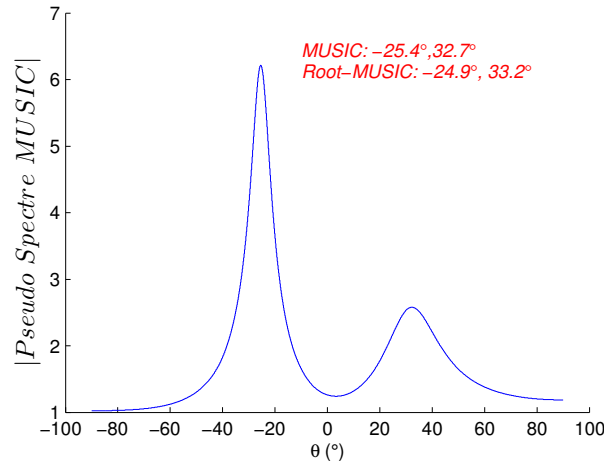


Figure 4.8 – Directions d'arrivée estimées par *MUSIC* et *Root - MUSIC*

Nous avons trouvé les directions $(-25,4^\circ \text{ et } 32,7^\circ)$ par *MUSIC* et $(-24,9^\circ \text{ et } 33,2^\circ)$ à partir de *Root - MUSIC* contre $(-25^\circ \text{ et } 34^\circ)$ en théorie. Comme on pouvait s'y attendre, on constate que les résultats issus de *Root - MUSIC* sont plus proches de la théorie que ceux de *MUSIC*. La précision est donc meilleure avec *Root - MUSIC*.

En ce qui concerne les amplitudes, on trouve des niveaux de pertes de -40dB et -46,3 dB respectivement pour les trajets direct et avec réflecteur. Une amplitude plus grande était attendue pour le trajet direct en raison, d'une part, d'une direction de rayonnement du cornet plus proche du maximum de rayonnement (à savoir la normale à son ouverture), et d'autre part du trajet plus court.

Le défaut principal de l'algorithme *MUSIC* par rapport à *Root – MUSIC* est que les résultats sont obtenus par lecture sur la courbe du spectre "Music". Avec *Root – Music*, les résultats obtenus sont les racines d'un polynôme, ce qui présente l'avantage de conduire directement au résultat. Dans les deux cas, comme d'ailleurs dans tous les autres algorithmes basés sur la décomposition de la matrice d'auto-covariance en sous-espaces, la connaissance a priori du nombre d'ondes planes incidentes sur le réseau d'antennes est cruciale. Si celui-ci n'est pas connu a priori, il faut faire appel à d'autres outils pour l'estimer. Nous verrons comment estimer le nombre de sources d'ondes planes dans le paragraphe 4.4.4.1 en utilisant une méthode dite du critère *MDL* montré dans [70].

4.3.3 Erreur minimale d'estimation de direction d'arrivée : Borne de Cramer-Rao (BRC)

La bande de variance d'un estimateur de paramètre Φ pour un modèle donné est définie par la borne de *Cramer – Rao* [99]. Elle détermine la variance minimale d'un estimateur non-biaisé⁴. Les données issues de mesures faites sur un réseau d'antennes sont généralement corrompues par du bruit. En conséquence, l'estimation des paramètres d'un modèle associé à ces données se fait avec erreur, même avec des estimateurs dits de haute résolution [100]. Dans ce cas, les performances de l'outil d'estimation sont limitées non seulement par le bruit mais aussi par les éléments du réseau d'antennes, en l'occurrence leur nombre et leurs éventuelles différences puisqu'ils sont censés être identiques. On définit alors la borne inférieure de *Cramer – Rao* sur la matrice de covariance d'un estimateur non-biaisé $\hat{\Phi}$ des paramètres déterministes Φ par la relation suivante :

$$\text{var} \left\{ \hat{\Phi} \right\} \geq \text{diag} \left\{ (F(\Phi, R_{nn}))^{-1} \right\} \quad (4.18)$$

avec Φ le vecteur composé des paramètres à estimer et R_{nn} la matrice d'auto-covariance du bruit. Nous allons montrer ici l'impact de la taille du réseau et de la puissance du bruit sur l'estimation des directions d'arrivée. Une étude similaire a été faite par Stoica [101] sur les performances des algorithmes *MUSIC* et *ML* (Maximum Likelihood) pour analyser leur efficacité statistique au regard des bornes de *Cramer – Rao* (BCR).

Le modèle considéré est celui de plusieurs signaux incidents sur le réseau d'antennes mélangés à un bruit additif considéré gaussien et centré. Dans cette étude, nous nous intéressons à la *BCR*

4. Un estimateur $\tilde{\Phi}$ d'un modèle Φ est dit non-biaisé si $E \left\{ \tilde{\Phi} - \Phi \right\} = 0$, autrement dit la moyenne de l'erreur d'estimation est nulle

pour l'estimation de paramètres d'un unique signal incident sur le réseau d'antennes. Le signal incident s'écrit :

$$\begin{aligned} X &= \alpha a(\theta) + v \\ &= U(\Phi) + v \end{aligned} \quad (4.19)$$

où v est un bruit additif, gaussien et centré de variance $\sigma^2 I$, et α l'amplitude du signal.

$$a(\theta) = \left[e^{-j2\pi \frac{N-1}{2} d \sin \theta}, e^{-j2\pi \frac{N-3}{2} d \sin \theta}, \dots, 1, e^{j2\pi d \sin \theta}, \dots, e^{j2\pi \frac{N-3}{2} d \sin \theta}, e^{j2\pi \frac{N-1}{2} d \sin \theta} \right]$$

est le vecteur directionnel avec le centre du réseau d'antennes comme origine (figure 4.9) avec $d = \frac{D}{\lambda}$ où D est la distance entre deux antennes adjacentes,

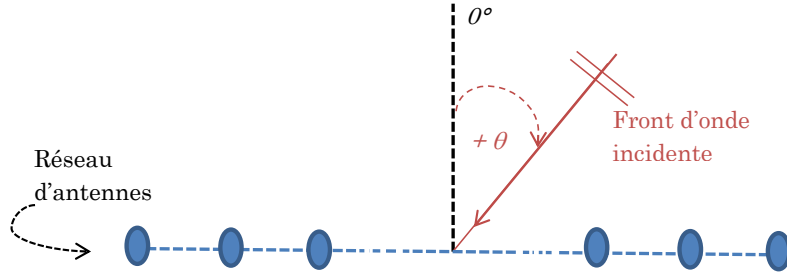


Figure 4.9 – Réseau d'antennes avec origine prise au milieu. Les directions d'arrivée rasantes correspondent à $\theta = \pm 90^\circ$.

et

$$\Phi = [\alpha, \theta]^T$$

la fonction contenant les paramètres inconnus mais déterministes et constants. Puisque le bruit gaussien additif est centré,

$$\Rightarrow E\{X\} = U(\Phi)$$

Il s'en suit que la densité de probabilité de X sachant Φ est [102]

$$f_X(X/\Phi) = C e^{-(x-u)^H R^{-1} (x-u)}$$

où $R = \sigma^2 I$ et C une constante. On calcule ensuite le logarithme de cette densité, appelé *Log*

de vraisemblance :

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \ln f_X(X/\Phi) &= \ln C - \frac{(x-u)^H(x-u)}{\sigma^2} \\
&= \ln C + \frac{1}{\sigma^2} \left[-x^H x + \alpha^* a(\theta)^H x + \alpha x^H a(\theta) \right. \\
&\quad \left. - |\alpha|^2 a(\theta)^H a(\theta) \right]
\end{aligned} \tag{4.20}$$

$\ln C$ et $x^H x$ sont indépendants de Φ (seuls les paramètres du modèle sont probabilistes et non les observations issues des mesures).

L'amplitude α du signal est une grandeur complexe. Toutefois, afin de faciliter les calculs, nous la considérons par la suite comme réelle en négligeant la phase de l'onde incidente à l'origine. L'influence de cette phase pourrait toutefois être étudiée en considérant la phase comme un paramètre aléatoire supplémentaire.

A partir de cette densité, on trouve la matrice d'information de Fisher [F].

$$F = -E \left\{ \frac{\partial^2 \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \Phi \partial \Phi^T} \right\} \tag{4.21}$$

$$= -E \left\{ \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \alpha^2} & \frac{\partial^2 \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \alpha \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \theta \partial \alpha} & \frac{\partial^2 \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \theta^2} \end{bmatrix} \right\} \tag{4.22}$$

Calcul des éléments de la matrice :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \theta} &= \frac{1}{\sigma^2} \left[\alpha a_1^H(\theta) x + \alpha x^H a_1(\theta) - \alpha^2 a_1^H(\theta) a(\theta) - \alpha^2 a^H(\theta) a_1(\theta) \right] \\
\frac{\partial^2 \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \theta^2} &= \frac{1}{\sigma^2} \left[\alpha a_2^H(\theta) x + \alpha x^H a_2(\theta) - \alpha^2 a_2^H(\theta) a(\theta) - 2\alpha^2 a_1^H(\theta) a_1(\theta) \right. \\
&\quad \left. - \alpha^2 a^H(\theta) a_2(\theta) \right]
\end{aligned} \tag{4.23}$$

où $a_i(\theta)$ est le vecteur dérivé de $a(\theta)$ d'ordre i .

Le $n^{\text{ème}}$ élément de $a_1(\theta)$ est

$$\begin{aligned}
a_1(\theta)_n &= \frac{\partial a(\theta)_n}{\partial \theta} \\
&= -j2\pi n d \cos(\theta) e^{-j2\pi n d \sin(\theta)}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

$$\Rightarrow a_1^H(\theta)_n a_1(\theta)_n = (2\pi d n \cos(\theta))^2 \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow a_1^H(\theta) a_1(\theta) &= (2\pi d \cos(\theta))^2 \sum_{n=-\frac{N-1}{2}}^{n=\frac{N-1}{2}} n^2 \\
&= \{2\pi d \cos(\theta)\}^2 \frac{N(N-1)(N+1)}{12}
\end{aligned} \tag{4.26}$$

Sachant que $x = \alpha a(\theta) + v$, et que $\alpha a(\theta)$ et v sont indépendants, on a

$$E \left\{ \frac{\partial^2 \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \theta^2} \right\} = \frac{-2\alpha^2 a_1^H(\theta) a_1(\theta)}{\sigma^2} \quad (4.27)$$

L'introduction de (4.26) dans (4.27) donne :

$$E \left\{ \frac{\partial^2 \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \theta^2} \right\} = -\frac{2\alpha^2}{\sigma^2} (2\pi d \cos(\theta))^2 \frac{N(N-1)(N+1)}{12} \quad (4.28)$$

Intéressons-nous maintenant aux variations avec le paramètre α .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \alpha} &= \frac{1}{\sigma^2} [a^H(\theta)x + x^H a(\theta) - 2\alpha a^H(\theta)a(\theta)] \\ \frac{\partial^2 \ln f_X(X/\Phi)}{\partial \alpha^2} &= \frac{1}{\sigma^2} \left[-2 \underbrace{a^H(\theta)a(\theta)}_{=N} \right] \\ &= -\frac{2N}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Les calculs sur les deux éléments de l'anti-diagonale de (4.22) donnent des valeurs nulles. En introduisant (4.28) et (4.29) dans (4.22), on trouve la matrice d'information

$$F = \begin{bmatrix} \frac{2N}{\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{2\alpha^2}{\sigma^2} \{2\pi d \cos(\theta)\}^2 \frac{N(N-1)(N+1)}{12} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

dont l'inverse est

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma^2}{2N} & 0 \\ 0 & \frac{6}{\frac{\alpha^2}{\sigma^2} \{2\pi d \cos(\theta)\}^2 N(N-1)(N+1)} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

La BCR pour l'estimation de la direction d'arrivée θ est donc [103]

$$BCR_\theta = \frac{6}{\frac{\alpha^2}{\sigma^2} \{2\pi d \cos(\theta)\}^2 N(N-1)(N+1)} \quad (4.32)$$

et pour l'amplitude du signal

$$BCR_\alpha = \frac{\sigma^2}{2N} \quad (4.33)$$

On rappelle que ces bornes correspondent aux variances minimales des paramètres θ et α à estimer.

L'estimation de l'angle est d'autant plus précise que cette borne BCR_θ devient plus faible. L'interprétation physique de (4.32) est qu'avec un rapport signal sur bruit $NSR = (\frac{\alpha}{\sigma})^2$ plus grand, autrement dit avec un bruit de faible puissance, l'estimation est efficace.

Le dénominateur de BCR_θ dépend de $(N - 1)2\pi d$ qui est proportionnel à la longueur électrique du réseau ; plus elle est grande, plus la borne est petite et donc plus l'estimation de θ est précise.

Le terme N représente le nombre d'échantillons de données à traiter. Plus ce nombre est élevé, meilleure est l'estimation. Le dernier terme du dénominateur $\cos(\theta)$ montre que, si la direction d'arrivée à estimer est proche de $\pm 90^\circ$ (angle rasant), la BCR devient plus grande, autrement dit l'estimation devient moins efficace, (figure 4.10.b).

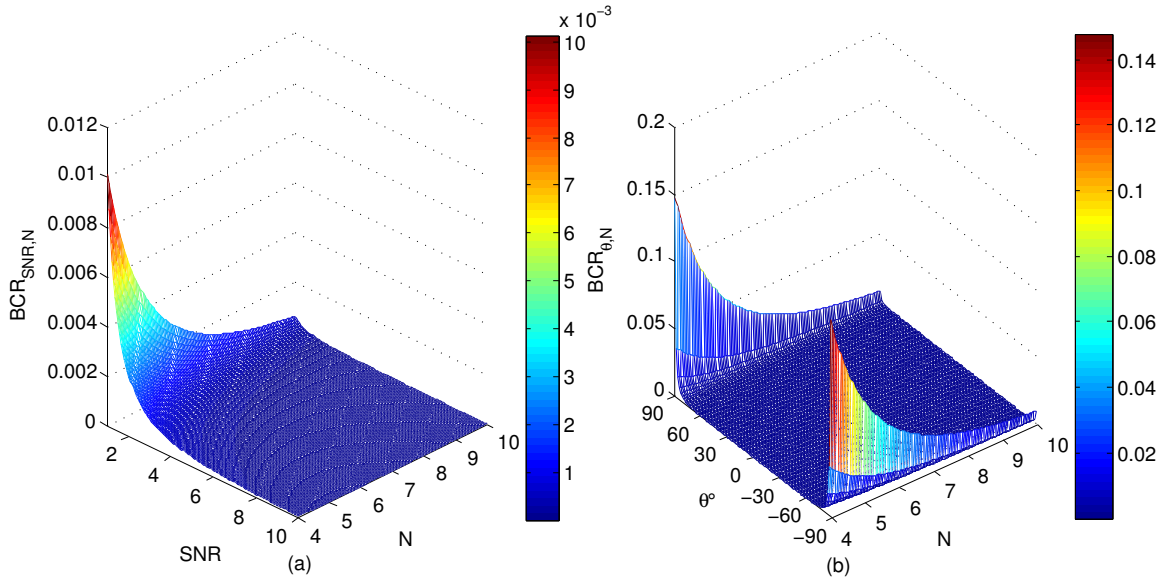


Figure 4.10 – Borne de *Cramer – Rao* : (a) $var(\theta)$ en fonction de $\frac{\alpha^2}{\sigma^2}$ et N pour $d=0,5$ et $\theta = 0$, (b) $var(\theta)$ en fonction du nombre d'antennes N et de l'angle d'incidence θ pour $d=0,5$ et $\frac{\alpha^2}{\sigma^2} = 10^2$

L'estimation des puissances exige un faible bruit et un grand nombre d'observations.

La singularité pour $N = 1$ de l'équation (4.32) prouve l'impossibilité de faire une estimation avec un réseau constitué d'une unique antenne. Les figures 4.10.a et 4.10.b montrent les variations de la borne selon le rapport signal sur bruit, le nombre d'antennes du réseau et l'angle d'incidence.

On constate que la BCR_θ diminue avec l'augmentation du nombre d'antennes et du rapport signal sur bruit.

4.4 Directions d'arrivée en chambre réverbérante

4.4.1 Domaine d'application de la méthode

Le logiciel que nous avons utilisé, développé par K. Nafkha au cours de sa thèse [70], s'applique uniquement à des cavités 2D, c'est-à-dire à des modes présentant une invariance suivant le troisième axe. Les directions d'incidence sont alors contenues dans le plan perpendiculaire à la direction d'invariance, et elles peuvent être extraites de l'observation du champ sur une ligne contenue dans ce plan.

L'extension de cette méthode de détermination au cas 3D est possible. Dans [104], deux lignes d'observation perpendiculaires sont utilisées pour déterminer l'azimut et l'élévation d'ondes planes. Cette extension est toutefois complexe, notamment quant-à la prise en compte de la polarisation de l'onde. Nous nous sommes donc restreints à l'étude du cas 2D.

En conséquence, les modes étudiés par la suite dans notre cavité présenteront tous une invariance suivant un des trois axes, et les directions d'arrivée seront déterminées dans le plan orthogonal. Nous nous intéresserons plus précisément aux modes TE invariants suivant x .

4.4.2 Étude théorique des directions d'arrivée

4.4.2.1 Propriété de la cavité résonante

Dans une cavité sans perte, un mode propre est constitué d'une onde stationnaire oscillante. Dans le cas 2D, si une onde plane se propage suivant la direction θ par rapport à l'axe Oz (onde progressive suivant un axe), alors une onde plane se propage également en sens inverse suivant la direction $\theta - \pi$ (onde régressive suivant le même axe) (figure 4.11). De plus, le champ dans la cavité étant réel, leurs amplitudes complexes sont conjuguées.

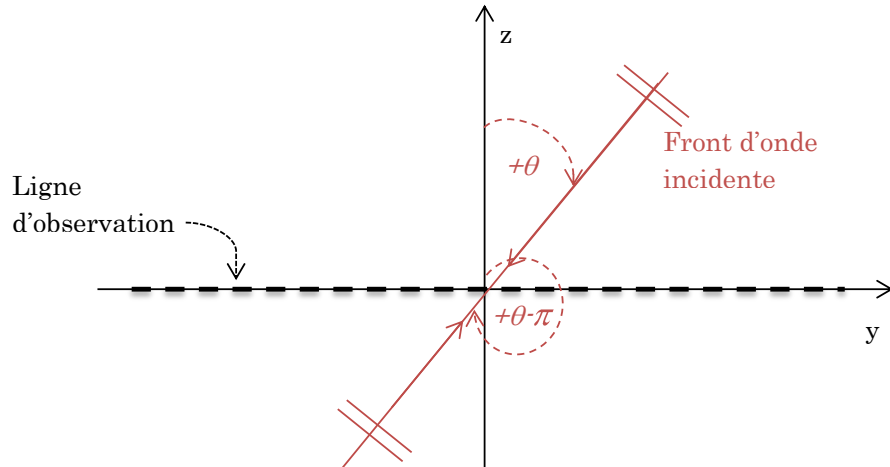


Figure 4.11 – Ondes dans les directions θ et $\theta - \pi$: onde progressive d'amplitude A et onde régressive d'amplitude A^* .

4.4.2.2 Indétermination sur l'angle d'arrivée

La détermination des directions d'arrivée se fait à partir de l'observation des déphasages entre les signaux sur une ligne de capteurs. Comme indiqué par l'équation (4.1), ce déphasage est proportionnel à $\sin(\theta)$. La détermination de la direction d'arrivée se fait donc à partir de la connaissance de son sinus, ce qui implique une indétermination entre les angles θ et $\pi - \theta$ (figure 4.12). A une valeur de sinus, nous ferons donc correspondre deux angles d'arrivée. L'indétermination sera levée lors du calcul des amplitudes associées à chacune de ces directions.

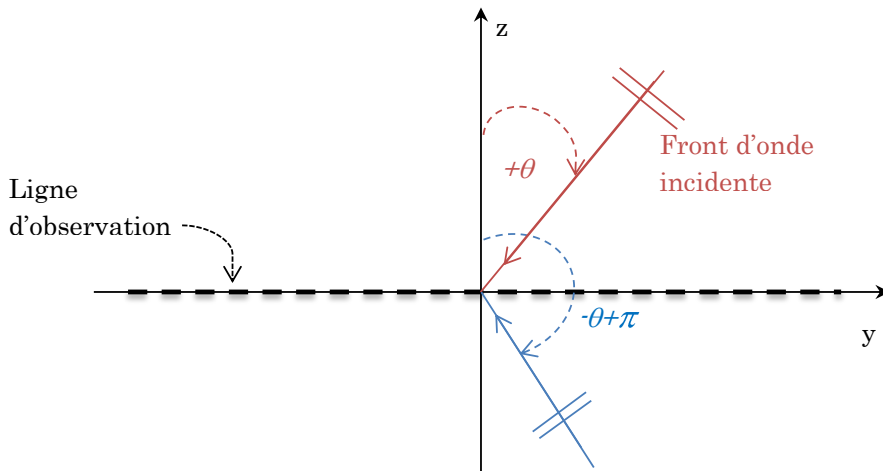


Figure 4.12 – Ondes planes symétriques.

4.4.3 Étude de la cavité vide

4.4.3.1 Analyse théorique

Dans le cas particulier d'une cavité rectangulaire de dimensions ($L \times H$) dans le plan yOz , la composante E_x du mode TE_{0mn} s'écrit :

$$E_x = E_0 \sin(k_y \cdot y) \sin(k_z \cdot z) \quad (4.34)$$

avec

$$k_y = \frac{m\pi}{L}$$

$$k_z = \frac{n\pi}{H}$$

La décomposition en ondes planes s'obtient en écrivant les sinus sous la forme d'une somme

d'exponentielles complexes :

$$\begin{aligned}
E_x &= -E_0 \frac{(\exp(jk_y.y) - \exp(-jk_y.y)) \cdot (\exp(jk_z.z) - \exp(-jk_z.z))}{4} \\
&= -\frac{E_0}{4} (\exp(jk_y.y + jk_z.z) - \exp(-jk_y.y + jk_z.z) \\
&\quad - \exp(jk_y.y - jk_z.z) + \exp(-jk_y.y - jk_z.z))
\end{aligned} \tag{4.35}$$

On obtient ainsi quatre ondes planes de directions d'arrivée :

$$\begin{aligned}
\theta_1 &= \arctan \frac{k_y}{k_z} \\
\theta_2 &= -\arctan \frac{k_y}{k_z} = -\theta_1 \\
\theta_3 &= -\arctan \frac{k_y}{k_z} + \pi = -\theta_1 + \pi \\
\theta_4 &= \arctan \frac{k_y}{k_z} - \pi = \theta_1 - \pi
\end{aligned}$$

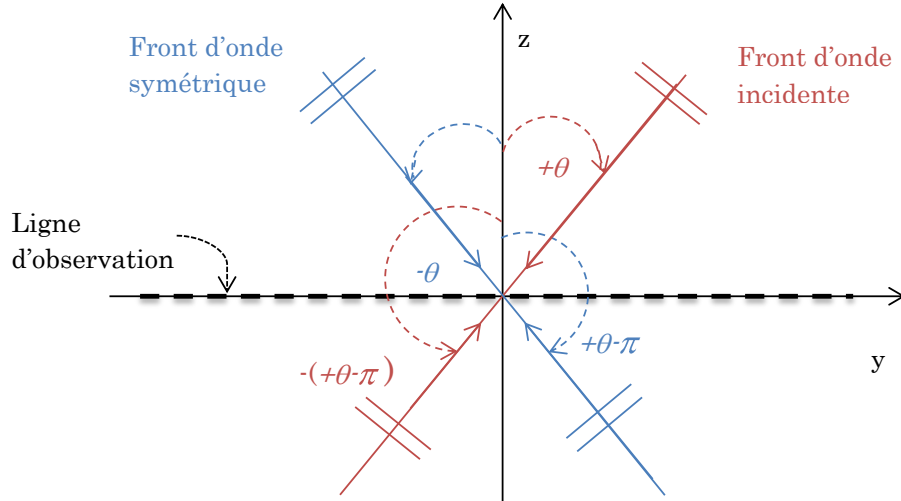


Figure 4.13 – Ondes planes sur la ligne d'observation.

4.4.3.2 Influence des erreurs de positionnement du perturbateur

Avant de procéder à l'étude des données issues des mesures par la méthode perturbative, nous allons faire une étude analytique qui permet d'évaluer l'influence des erreurs de positionnement du perturbateur sur la détermination des directions d'arrivée. Il s'agit de générer un vecteur de position dont l'écart entre deux points prend aléatoirement des valeurs comprise entre $D + 5mm$ et $D - 5mm$, avec D le pas d'observation (ou écart entre antennes adjacentes) désiré.

Nous allons considérer le mode TE_{021} de la cavité étudiée au chapitre 3 et le pas d'obser-

vation $D = 5cm$. Le champ relevé sur l'axe central de la cavité est utilisé pour déterminer les directions d'arrivée des ondes planes pour 20 réalisations de positions aléatoires du perturbateur (figure 4.14). Pour ces réalisations, avec 5mm d'erreur maximale sur chaque point de mesure, les

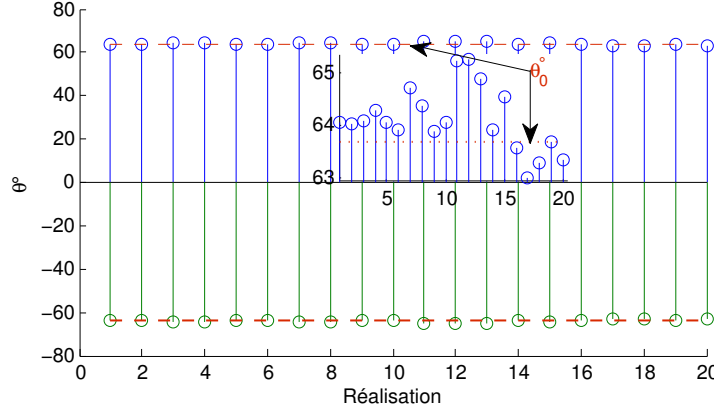


Figure 4.14 – Directions d'arrivée pour le mode TE_{021} observé au centre de la cavité vide à partir de données analytiques. Le pas varie aléatoirement entre $5cm \pm 5mm$

directions d'arrivée estimées sont comprises entre $\pm 62,15^\circ$ et $\pm 64,48^\circ$; soit un écart maximal de moins de 1° par rapport aux directions trouvées sans erreur de positionnement ($\theta_0 = \pm 63,67^\circ$).

4.4.3.3 Étude du mode TE_{011}

Nous avons relevé les fréquences observées par perturbation, au centre de la CR, avec un cylindre de rayon $r = 8mm$ et de hauteur $h = 8cm$, et pour un pas d'échantillonnage de 5cm. Le nombre d'échantillons est $M = 16$. Théoriquement, les directions d'arrivée du champ au centre de la CR, sur la ligne parallèle à l'axe oy , sont $\theta_0 = \pm 45,29^\circ$. L'estimation de ces directions d'arrivée par *Root-MUSIC* à partir des mesures donne $\pm\theta = \pm 45,89$ et $\pm(\theta - 180^\circ) = \pm 134,1^\circ$.

L'erreur étant de l'ordre de $0,6^\circ$, on peut conclure que l'estimation des directions d'arrivée à partir des mesures est possible.

4.4.3.4 Étude du mode TE_{021}

Nous avons aussi relevé le champ sur la même ligne d'observation pour le mode TE_{021} . Les composantes du champ électrique simulé sont montrées sur la figure 4.15. Comme dans le cas précédent, seule la composante E_x est non-nulle. Le pas d'observation est de 5mm et le nombre d'échantillons est $M = 196$.

A partir de ces échantillons, nous avons trouvé les directions d'arrivée montrées sur la figure 4.16.

L'estimation des directions d'arrivée de la composante électrique par *Root-MUSIC* (*MUSIC* et *Root-MUSIC* donnent les mêmes résultats) donne $\pm\theta = \pm 63,36^\circ$ et $\pm(\theta - 180^\circ) = \pm 116,64^\circ$

Soit une différence d'environ $0,3^\circ$ par rapport à la théorie ($\theta = \pm 63,67^\circ$).

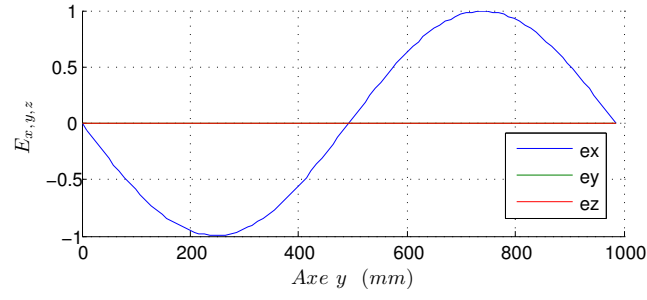


Figure 4.15 – Composantes électriques simulées du mode TE_{021} observées au centre de la cavité.

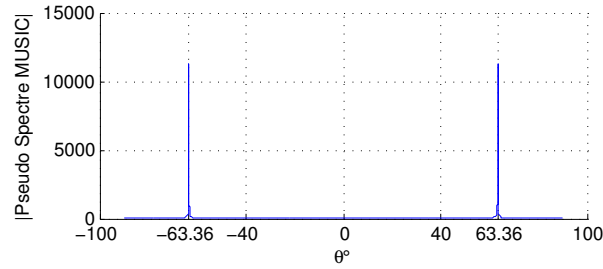


Figure 4.16 – Directions d'arrivée pour le mode TE_{021} observées au centre de la cavité vide à partir de données analytiques et des résultats de simulation sous HFSS.

Mesures

Nous avons considéré la composante E_x du champ électrique observée par la méthode perturbative avec une sphère en PVC de rayon $r = 25\text{mm}$. Le décalage fréquentiel mesuré est montré sur la figure 4.17. Les $M = 44$ observations sont faites avec un pas spatial de 2cm.

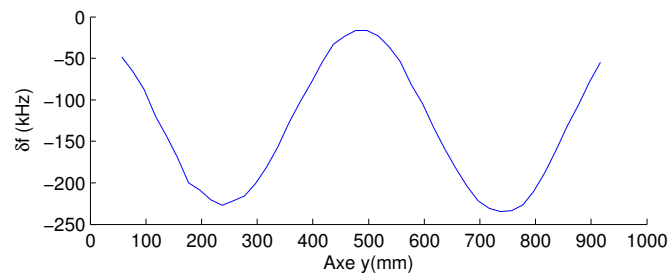


Figure 4.17 – Écarts de fréquence observés avec un perturbateur diélectrique de forme sphérique et de rayon $r = 25\text{mm}$, placé au centre de la CR

A partir de δf , nous avons estimé les deux directions d'arrivée : leurs valeurs sont $\pm\theta = \pm 62,53^\circ$ et $\pm(\theta - 180) = \pm 117,47^\circ$. Par comparaison avec la valeur théorique $\theta_0 = \pm 63,67^\circ$, on a une différence d'environ 1° , soit une erreur de 1,78%.

4.4.3.5 Étude du mode TE_{061}

Pour ce mode, de fréquence de résonance $f_0 = 923MHz$, on a

$$\begin{aligned} k_y &= \frac{6\pi}{L} \\ k_z &= \frac{\pi}{H} \end{aligned}$$

On trouve donc les directions d'arrivée théoriques $\pm\theta = \pm 80,63^\circ$ et $\pm(\theta - 180^\circ) = \pm 99,37^\circ$.

Données théoriques

Nous estimons tout d'abord les directions d'arrivée du champ propre analytique du mode TE_{061} . Les observations se font sur l'axe (oy) de coordonnées ($x_0 = 0, z_0 = 0$) (d'après le repère de la figure 1.12.(a) au chapitre 1) dans la chambre à vide comme le montre la figure 4.18. Le

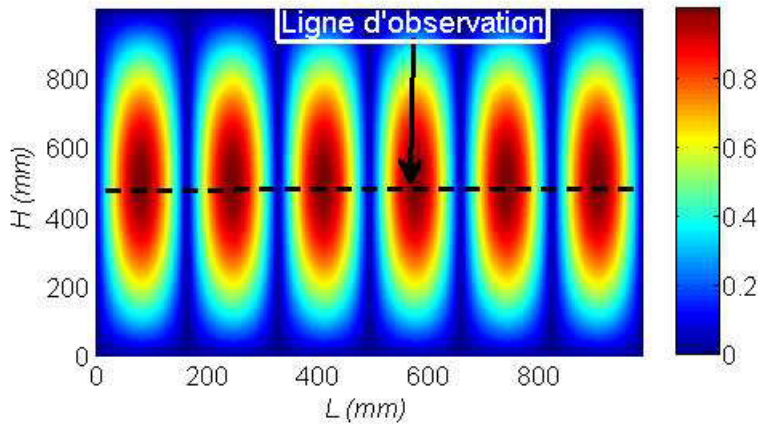


Figure 4.18 – Ligne d'observation sur la cartographie analytique du mode TE_{061}

pas d'observation est de 5cm et le nombre d'antennes virtuelles est $M = 6$. Après estimation par *MUSIC* et *Root – MUSIC*, on trouve les quatre directions d'arrivée suivantes :

$$\pm\theta = \pm 80,87^\circ \text{ et } \pm(\theta - 180) = \pm 99,13^\circ$$

Simulations sous HFSS

Nous avons fait des simulations sous le logiciel HFSS et avons observé, sur la même ligne d'observation (figure 4.18), le champ électrique montré sur la courbe de la figure 4.19.

Conformément à la théorie, on constate que seule la composante E_x est non-nulle. Le pas d'observation est de moins de 2mm, soit plus de 4000 échantillons pour chaque courbe de la figure 4.19. Pour la détermination des directions d'arrivée, nous avons pris 20 points espacés de 5,1cm. Après traitement nous avons trouvé les directions d'arrivée identiques ($0,15^\circ$ de différence) au cas analytique (figure 4.20).

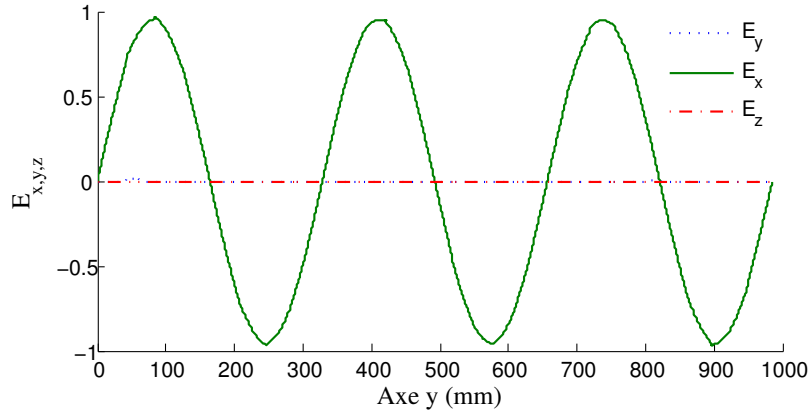


Figure 4.19 – Composantes électriques du mode TE_{061} observées sous HFSS au centre de la cavité

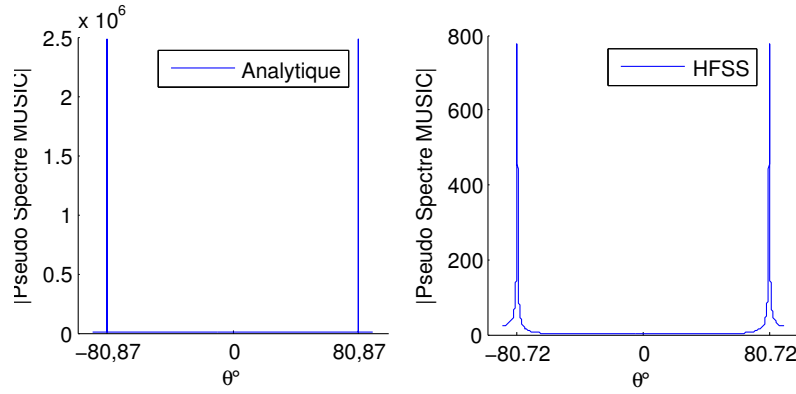


Figure 4.20 – Directions d'arrivée pour le mode TE_{061} observé au centre de la cavité vide à partir de données analytiques et des résultats de simulation sous *HFSS*

Mesures

Nous avons aussi déterminé les directions d'arrivée pour le mode TE_{061} mesuré par perturbations avec un cylindre de rayon $r = 3mm$ et de hauteur $h = 11cm$ (cf. figure 4.21). Le pas d'observation est de 1cm, et le nombre d'observations (nombre d'antennes) N est égal à 964.

Nous avons appliqué *Root – MUSIC* sur δf avec une longueur de sous-réseau glissant de $2N/3 = 643$ et avons estimé les deux valeurs des directions à $\pm\theta = \pm 79,15^\circ$ et $\pm\theta = \pm 100,85^\circ$ (figure 4.22). L'écart entre les valeurs théoriques et les mesures est de $1,48^\circ$.

Nous venons de voir, via l'étude de trois modes de la cavité vide, que les directions d'arrivée obtenues à partir de mesures ou à partir de simulations sont quasiment identiques à celles issues de la décomposition théorique du champ en ondes planes. Ceci permet de valider la méthode d'extraction des directions d'arrivée que nous utilisons. Nous noterons que dans ces cas analytiques les nombres d'ondes planes étaient connus a priori.

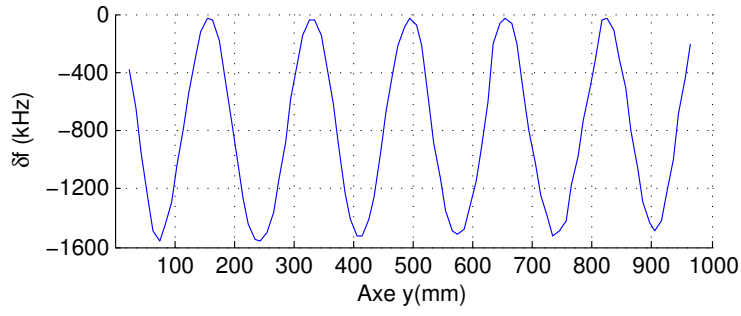


Figure 4.21 – Écart de fréquences observé avec un perturbateur diélectrique de forme cylindrique, de rayon $r = 3mm$ et de hauteur $h = 11cm$, placé au centre de la CR

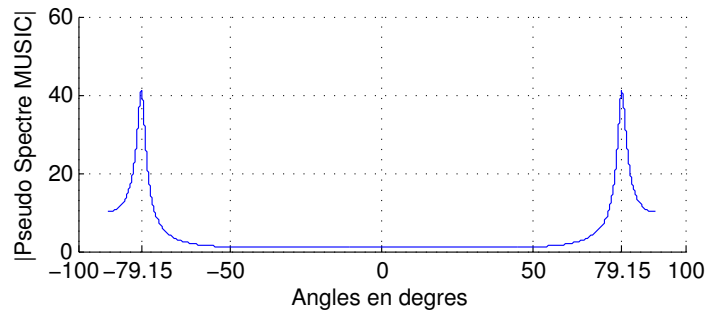


Figure 4.22 – Directions d'arrivée pour le mode TE_{061} mesuré par perturbation au centre de la cavité avec perturbateur cylindrique de rayon $r = 3mm$ et de hauteur $h = 11cm$

4.4.4 Étude avec brasseur

Comme énoncé précédemment, la cavité et le mode étudié doivent présenter une invariance suivant un axe. Nous avons ainsi placé dans la cavité une plaque métallique parallèle au plan (xOy) comme montré au chapitre 3. Sur la figure 4.23, on montre la répartition du champ électrique dans le plan (yOz) .

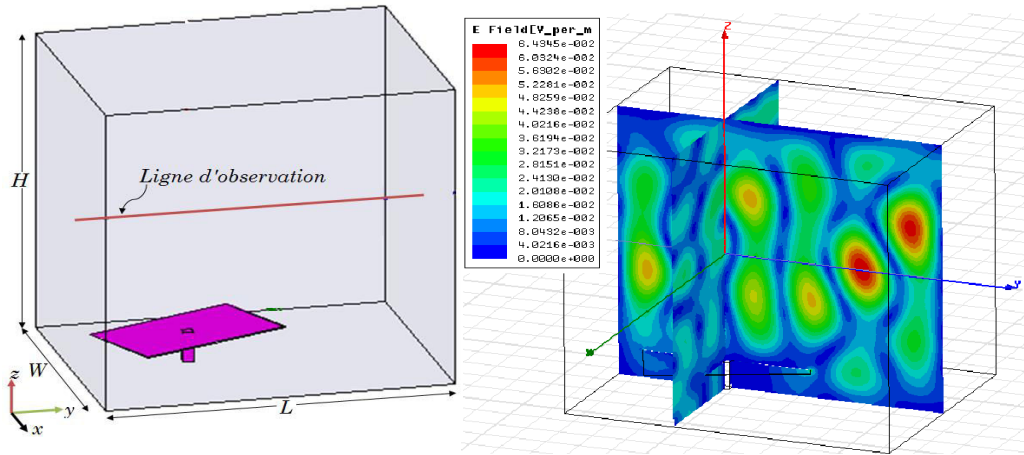


Figure 4.23 – Répartition du champ électrique dans la CR avec brasseur

Une étude théorique complète du spectre angulaire dans une chambre réverbérante 2D avec brasseur est déjà faite dans [70]. Elle a montré que le nombre d'ondes observées au voisinage du brasseur est plus important qu'ailleurs à cause des diffractions sur le brasseur. Nous allons par conséquent observer le champ sur une ligne éloignée du brasseur.

Jusqu'ici, nous avons estimé des directions d'arrivée d'ondes planes dont le nombre r était toujours connu. En présence du brasseur, nous ignorons ce nombre. Le problème qui se pose maintenant est de trouver r avant de pouvoir appliquer l'algorithme d'estimation des directions d'arrivée.

4.4.4.1 Estimation du nombre de sources

Nous avons vu précédemment que l'application de notre algorithme de haute résolution nécessite la connaissance exacte du nombre d'ondes planes r qui illuminent le réseau d'antennes. Dans la littérature, on trouve plusieurs méthodes qui proposent une estimation de r [73] et les plus communément citées sont basées sur les principes d'Akaike (AIC) [105] et de Rissanen (MDL) [106]. Leur principe de fonctionnement est le suivant :

1. Estimer la matrice de corrélation à partir de M observations temporelles sur un réseau de N capteurs,
2. Chercher ses N valeurs propres λ_i , $i = 1, \dots, N$,
3. Estimer le nombre d'ondes planes r en minimisant (4.36) selon k , avec $k \in \{0, 1, \dots, N\}$

$$F(k) = M(N - k) \log \left(\frac{f_1(k)}{f_2(k)} \right) + f_3(k, M) \quad (4.36)$$

avec

$$f_1(k) \triangleq \frac{1}{N - k} \sum_{i=k+1}^{i=N} \lambda_i$$

$$f_2(k) \triangleq \left(\prod_{i=k+1}^{i=N} \lambda_i \right)^{\frac{1}{N-k}}$$

et la fonction de pénalité

$$f_3(k, X) = \begin{cases} k(2N - k) & \text{pour AIC} \\ \frac{1}{2}k(2N - k) \log M & \text{pour MDL} \end{cases} \quad (4.37)$$

La valeur qui minimise (4.36) est le nombre r d'ondes planes.

On notera que, dans notre cas, l'observation se faisant à une fréquence, les observations sont obtenues à l'aide de M réseaux glissants de N capteurs (Annexe C.2).

Afin de valider cette méthode, nous l'avons appliquée aux mesures effectuées sur les modes TE_{011} , TE_{021} et TE_{061} , le nombre de directions d'arrivée étant dans ces cas connus analytiquement. Nous avons considéré 20 échantillons pris avec un pas de 5cm. Nous constatons que l'on en retrouve deux, et ce avec les deux critères (figure 4.24). Si nous ne retrouvons pas quatre

directions d'arrivée, cela vient du fait que, comme déjà mentionné au paragraphe 4.4.2.2, il n'est possible que de détecter les directions d'arrivée comprises entre -90° et $+90^\circ$, les ondes de directions θ et $(180^\circ - \theta)$ produisant le même déphasage sur le réseau de capteurs. Le nombre de directions d'arrivée à considérer sera donc au final le double de celui trouvé initialement par l'utilisation de cet algorithme.

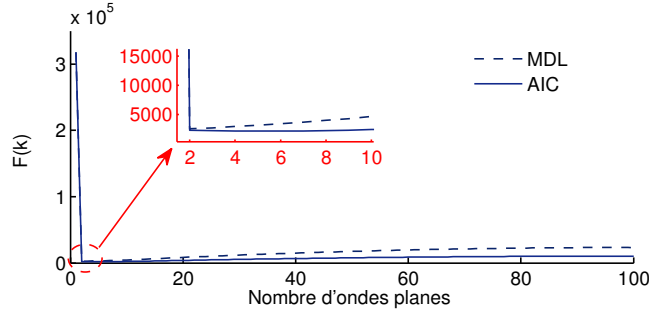


Figure 4.24 – Estimation du nombre de sources par les critères AIC et MDL du mode TE_{061} , de fréquence 923 MHz, observé au centre de la cavité vide

Nous utiliserons par la suite le critère MDL car il est plus précis que AIC pour un grand nombre d'observations [73].

4.4.4.2 Directions d'arrivée du champ électrique dans la chambre avec brasseur

L'étude menée au chapitre 3 sur cette cavité a permis de mesurer conjointement les composantes électrique et magnétique puisque le perturbateur n'était pas diélectrique. Les résultats ont montré une excellente concordance entre simulations et mesures. Or, l'algorithme d'estimation des directions d'arrivée utilise uniquement un champ ; nous utilisons ici en l'occurrence le champ électrique. Nous allons donc utiliser les résultats de simulations pour lesquels nous avons la composante électrique isolée de la composante magnétique. Cette composante est observée au centre de la chambre (figure 4.25).

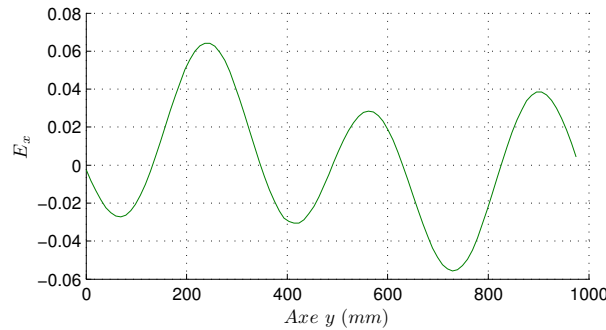


Figure 4.25 – Composante E_x du champ électrique du mode TE_{061} observée au centre de la chambre avec brasseur, sur la ligne d'observation $\{x = 0, z = 0\}$

Après avoir appliqué le critère *MDL* et *root – MUSIC*, nous avons trouvé les quatre directions d'arrivée correspondant à $\theta = \pm 83,08^\circ$ et $\pm 20,8^\circ$ (figure 4.26).

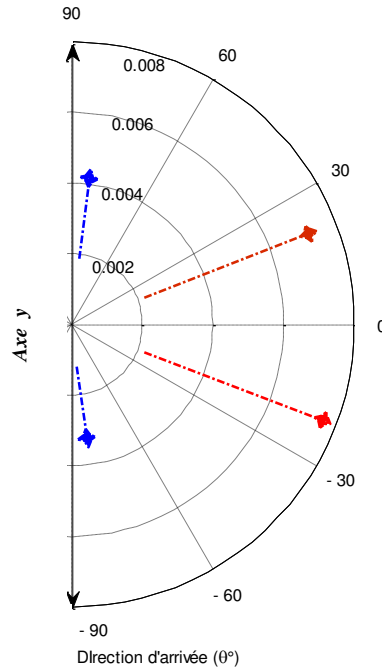


Figure 4.26 – Directions d'arrivée du champ observé sur la ligne $\{x = 0, z = 0\}$, obtenues à partir de la composante électrique suivant x observée au centre de la chambre avec brasseur.

N.B : Seuls les angles $\pm\theta$ sont montrés sur cette figure. les autres directions d'arrivée sont : $\pm(\theta - 180^\circ) = \pm 96,92^\circ$ et $\pm 159,2^\circ$

4.4.4.3 Reconstruction du champ

Nous allons, à partir des paramètres estimés : direction par *root – MUSIC* et amplitude à partir de (4.17), reconstruire le champ électrique montré sur la figure 4.25. Le tableau 4.3 récapitule la matrice de ces paramètres estimés à partir desquels nous allons reconstruire le champ électrique.

$\theta(^{\circ})$	82,5662	20,7881	- 82,5662	-20,7881
Amplitude complexe ($\times 10^{-3}$)	-1,5 - 19,7i	-0,3 + 10,3i	-1,5 + 19,7i	-0,3 - 10,3i

Tableau 4.3 – Directions d'arrivée et amplitude du champs électrique.

Les deux champs réels sont montrés sur la figure 4.27.

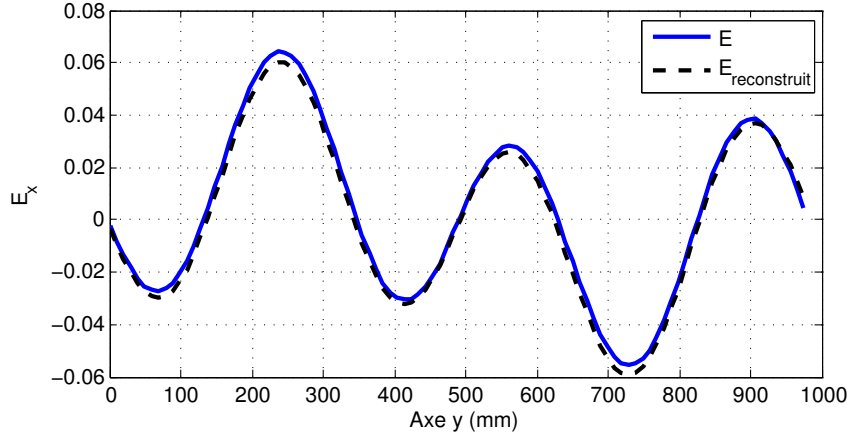


Figure 4.27 – Champs électriques initial et reconstruit sur la ligne d’observation.

Pour quantifier la qualité de la reconstruction, nous allons calculer le taux de ressemblance défini par le coefficient de corrélation $C_{E,E_{reconstruit}}$:

$$C_{XY} = \frac{\sum_{n=1}^{n=N} (X_n - \bar{X})(Y_n - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{n=1}^{n=N} (X_n - \bar{X})^2} \cdot \sqrt{\sum_{n=1}^{n=N} (Y_n - \bar{Y})^2}} \quad (4.38)$$

avec X le vecteur champ électrique initial, Y celui reconstruit et \bar{X} et \bar{Y} les valeurs de leurs moyennes respectives. On trouve une valeur de 0,9987, ce qui montre une ressemblance de plus de 99% avec le champ original.

4.5 Conclusion

Ce chapitre avait pour but d'appliquer notre méthode de mesure du champ à la recherche de ses directions d'arrivée, et de se rapprocher ainsi, pour la CR, d'une description du milieu de propagation similaire à celle utilisée en milieu *indoor*.

Nous y avons montré un outil permettant de rechercher ces directions d'arrivée et l'avons essayé dans un cadre purement théorique avec un signal de synthèse. Après avoir validé notre outil d'estimation dans le cas analytique, nous avons testé sa fiabilité dans un environnement où nous connaissons a priori les directions d'arrivée. Cette connaissance a été rendue possible en se plaçant dans un environnement sans réflexion à savoir la chambre anéchoïde.

Nous nous sommes ensuite placés dans une cavité résonante parallélépipédique vide, pour laquelle les résultats analytiques sont connus, et avons déterminé avec une très bonne précision les directions d'arrivée à partir de données issues de simulations et de mesure.

Nous avons enfin montré que la méthode est aussi applicable dans le cas plus complexe d'une chambre avec brasseur. Ce cas n'étant pas analytique, le nombre de directions d'arrivée n'était pas connu a priori et a nécessité une étape supplémentaire afin de déterminer le nombre d'ondes incidentes avant l'application de l'algorithme d'extraction de leurs directions d'arrivée.

A partir des données estimées (amplitude et directions d'arrivée), nous avons pu reconstruire le champ électrique avec une grande similitude avec le champ original.

Chapitre 5

Conclusion générale

Contents

5.1	Travail réalisé	156
5.2	Perspectives :	158

Après avoir présenté les différents chapitres nous présentons ici un résumé de leurs principaux apports. L'objectif est de donner une vue d'ensemble de ce travail de la théorie jusqu'aux mesures. En découleront ensuite des propositions de perspectives.

5.1 Travail réalisé

Au premier chapitre, nous avons présenté l'outil ou environnement principal dans lequel nous avons mené notre étude, à savoir la chambre réverbérante, avec une revue générale de ses possibles formes géométriques et de ses applications. Il en ressort que les chambres de grandes tailles sont principalement utilisées pour les tests de compatibilité électromagnétique ou pour l'émulation de canaux de propagation radio-électriques. Afin d'obtenir dans la cavité un champ homogène et isotrope, un dispositif de brassage de modes est nécessaire ; il peut être électronique ou mécanique. Dans ce dernier cas, les chambres sont munies d'un ou plusieurs brasseurs de modes métalliques en mouvement.

Les modèles statistiques classiquement utilisés pour représenter les canaux de propagation en milieu confiné ont été présentés. Nous avons noté d'une part que ces modèles ne font pas intervenir les propriétés physiques du milieu (comme les matériaux présents par exemple), ce qui justifie la tentative de reconstruction de ces canaux dans d'autres environnements telle que la chambre réverbérante. Par ailleurs, ces modèles s'appuient sur la notion de direction d'arrivée. La cavité métallique fermée engendre un environnement multi-trajets, tandis que le déplacement du brasseur permet de faire varier leurs directions d'arrivée ; la mesure de ces directions sera l'objet du chapitre 4.

La modélisation de la chambre réverbérante a par ailleurs été abordée et le logiciel de simulation utilisé dans ce travail, HFSS d'Ansoft, a été présenté. Les problèmes de modélisation liés à la taille importante du volume de la chambre en termes de longueurs d'onde ont été évoqués ; la solution utilisée consistant à tirer profit des symétries du problème n'est toutefois plus applicable en présence d'un brasseur de modes de forme complexe.

L'environnement de mesure utilisé dans ce travail, à savoir une petite cavité métallique de forme parallélépipédique, a été présenté, et des mesures effectuées avec une antenne puis une sonde de champ ont permis de mettre en évidence et d'expliquer les problèmes liés à ces approches traditionnelles.

Après avoir décrit l'environnement des mesures au chapitre 1, nous avons introduit au chapitre 2 la méthode de mesure du champ mise en place dans cette thèse, basée sur la théorie des perturbations.

La théorie mathématique a été présentée de façon concise avant de ramener le lecteur au contexte de son utilisation dans le cadre de ces travaux de recherches, en précisant notamment les conditions qui s'imposent dans ce cadre applicatif. La mise en application de cette théorie dans notre étude nécessitait en effet le respect de certaines conditions dont la validité a été vérifiée (à l'aide de simulations sous HFSS).

A l'issue de développements analytiques permettant d'exprimer le décalage fréquentiel pour

des perturbateurs de formes et compositions différentes, l'étude du comportement de cette technique de mesure en chambre réverbérante se fait via des simulations ce qui présente plusieurs avantages à savoir principalement la possibilité d'observer la répartition du champ dans la cavité avec ou sans l'objet perturbateur, ainsi que d'évaluer facilement l'influence de la taille et des caractéristiques du perturbateur sur le décalage fréquentiel obtenu. Nous avons ainsi montré que cette perturbation dépend de la position du perturbateur dans la cavité conformément à la théorie, et avons examiné la possibilité d'extraire la variation spatiale de l'amplitude normalisée du champ électrique.

Dans le troisième chapitre, nous avons appliqué expérimentalement la théorie des perturbations en tenant compte des remarques faites à partir des simulations vues au deuxième chapitre. Nous avons mesuré le décalage des fréquences de résonance de plusieurs modes pour différentes formes, compositions et tailles de l'élément perturbateur. Nous avons vu qu'un compromis était nécessaire sur la taille du perturbateur afin d'assurer d'une part le caractère local de la mesure et l'extraction précise du champ électrique à partir des décalages fréquentiels, et d'autre part des amplitudes de décalage fréquentiel suffisantes au regard de la précision des appareils de mesure (et également du temps de mesure, d'autant plus grand que le pas fréquentiel est faible).

A l'issue de mesures dans des cavités vides, nous avons montré que notre méthode de mesure est aussi applicable en présence d'un brasseur de modes. Il s'agissait d'ouvrir le champ d'application de la méthode aux chambres réverbérantes. La possibilité d'effectuer des mesures de champ à l'intérieur d'un dispositif placé dans cette chambre réverbérante a par ailleurs été démontrée.

Nos mesures ont été faites en basses fréquences. Les raisons ont été expliquées : nécessité de distinguer les résonances des différents modes dans une cavité de faible coefficient de qualité, manque de fiabilité de mesures manuelles, déformations mécaniques de la cavité. Toutefois, cette méthode pourrait être appliquée à des fréquences plus élevées à condition de satisfaire certaines conditions¹.

Au-delà de l'analyse faite sur la forme de la variation normalisée de l'amplitude du champ, nous avons vu que l'on peut remonter au champ proprement dit en tenant compte des pertes causées par les câbles. Des mesures avec sonde ont été faites dans le but de les comparer avec les résultats issus des mesures par perturbation. Une très bonne concordance entre les résultats issus des deux approches a été obtenue, à la fois pour l'amplitude maximale du champ et sa variation spatiale.

Dans le chapitre quatre, nous avons considéré le champ dans la cavité comme une somme d'ondes planes incidentes et avons cherché à caractériser expérimentalement ces dernières. Pour cela, nous avons effectué une analyse du champ sur un réseau d'antennes linéaire. Cette étude s'est appuyée sur des résultats analytiques et issus de simulations avant d'exploiter les résultats

1. VNA de haute précision, perturbateur de faible taille par rapport à la longueur d'onde, cavité de grand coefficient de qualité, automatisation du système de mesure, isolation de l'environnement de toute source de vibrations mécaniques

de mesure. L'approche analytique nous a permis notamment d'évaluer la robustesse de cette approche au regard des erreurs de positionnement du perturbateur.

Dans le cadre de l'étude de fiabilité de cette approche, l'analyse analytique de la *BCR* a été faite et nous a permis de montrer l'impact des paramètres de mesures (nombre d'antennes, puissance et bruit reçus) sur la précision des grandeurs estimées (directions d'arrivée et amplitudes). Il en résulte que l'efficacité de notre réseau d'antennes linéaire dépend fortement du rapport signal sur bruit (supposé à spectre constant et identique sur toutes les antennes) et du nombre d'antennes.

Une très bonne concordance a été obtenue dans le cas de la cavité vide entre les directions d'arrivée des ondes et leurs amplitudes analytiques et les résultats extraits de simulations et de mesures, tandis qu'en présence d'un brasseur, les directions d'arrivée et les amplitudes estimées permettent de reconstruire le champ initialement observé avec une corrélation de plus de 99%.

Cette thèse s'appuie sur l'application de la théorie des perturbations en chambre réverbérante. Celle-ci a été utilisée antérieurement dans le domaine électromagnétique tout d'abord afin d'évaluer les propriétés physiques (permittivité, perméabilité) d'un objet '*perturbateur*' plongé dans une cavité métallique de faibles dimensions [20, 42]. Cette approche a par ailleurs été utilisée en vue de caractériser la distribution du champ dans une cavité électromagnétique [62, 63] ou 3D [64], notamment pour des accélérateurs de particules [65]. Elle n'avait toutefois jamais été proposée pour des chambres réverbérantes, ce qui demandait alors un travail de conception, dimensionnement et caractérisation d'un banc de mesure dédié. Le choix s'est porté sur un dispositif de mesure simple à mettre en œuvre, adaptable à toute cavité et peu coûteux. Nous avons alors dû faire face à des problèmes spécifiques à notre cavité, à savoir son facteur de qualité limité et sa géométrie complexe. Après avoir montré la faisabilité de mesures de champ avec une précision jugée acceptable au regard des autres méthodes de mesure disponibles, cette technique a été étendue avec succès à la détermination des directions d'arrivée des ondes dans le volume central de la cavité.

5.2 Perspectives :

Le principal avantage de la méthode de mesure perturbative par rapport à une mesure par une antenne et même une sonde de champ tient au caractère local et faiblement intrusif de la mesure, ce qui est possible avec un perturbateur de petites dimensions. Or, les mesures ont montré qu'un compromis est nécessaire sur la taille du perturbateur en raison de la faible amplitude des excursions fréquentielles obtenues avec un perturbateur de faible volume. Certains ajustements du dispositif de mesure seraient donc nécessaires afin de pouvoir réduire la taille du perturbateur tout en conservant une mesure précise des décalages fréquentiels. Les modifications devraient porter tout d'abord sur la cavité : les parois de celle utilisée manquent de rigidité, et nous avons vu que les déformations mécaniques des parois induisent des variations des fréquences de résonance. Concernant la mesure, une meilleure détection des fréquences de résonance nécessiterait des mesures via l'analyseur de spectre avec un pas fréquentiel réduit ;

ceci augmenterait toutefois le temps de mesure, et ne serait donc envisageable qu'avec un banc de mesure automatisé. Une alternative à ce pas fréquentiel réduit pourrait être d'utiliser des techniques de post-traitement afin de déterminer plus précisément les fréquences de résonance à partir des points fréquentiels de mesure existants.

La méthode de mesure proposée n'a pour l'instant pu être appliquée qu'à des fréquences basses pour lesquelles il n'y a pas de recouvrement entre modes de résonance. Nous souhaitons pouvoir étendre cette approche à des fréquences plus élevées et en présence de recouvrement modal. Des modes de post-traitement des résultats de mesure permettant d'extraire les fréquences de résonance dans ce cas ont été évoqués [68, 69].

Enfin, l'application finale de ce travail consistait en la détermination des directions d'arrivée des ondes dans la zone centrale de la chambre réverbérante. Afin de pouvoir déterminer les directions d'arrivée en 3D, des mesures seraient nécessaires le long d'une deuxième ligne perpendiculaire à la première ligne de mesure, et ceci pour les trois composantes du champ afin d'avoir également accès à l'état de polarisation de ces ondes.

Liste des symboles et abréviations

BCR	Borne de Cramer-Rao
BCR_X	Borne de Cramer-Rao de X
CR	Chambre réverbérante
CEM	Compatibilité électromagnétique
$E\{X\}$	Espérance de X
W	Énergie
w	Densité d'énergie
ω	Pulsation en radian par seconde
E, H	Champs électrique et magnétique
TE	Mode transverse électrique
TM	Mode transverse magnétique
TEM	Mode transverse électromagnétique
f_{mnp}	Fréquence de résonance du mode d'indice m, n, p
$\Re\{X\}$	Partie réelle de X
$\Im\{X\}$	Partie imaginaire de X
λ	Longueur d'onde
μ	Perméabilité magnétique
ε	Permittivité électrique
$[X]$	Matrice X
X^H ou X^*	Transconjugué de X
X^t	Transposé (vecteur ligne \leftrightarrow vecteur colonne)
$\propto X$	Proportionnel à X
\hat{X}	Estimateur de X
$\langle X \rangle$	Valeur moyenne de X

Appendices

A.1 Modes propres dans une cavité rectangulaire

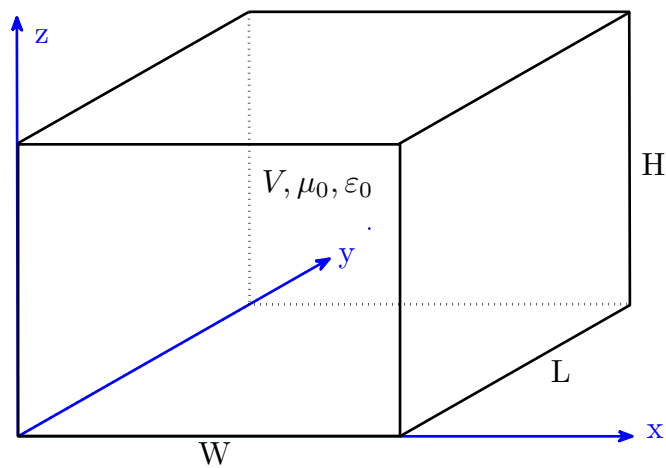


Figure A.1 – Cavité électromagnétique parallélépipédique

Les expressions des équations de *Maxwell* dans le vide sont les suivantes :

$$\nabla \times E = -j\omega\mu_0 H \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times H = j\omega\epsilon_0 E \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \cdot E = 0 \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (\text{A.4})$$

On en déduit les équations de propagation

$$\Delta E = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (\text{A.5})$$

$$\Delta H = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \quad (\text{A.6})$$

avec c_0 la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans le vide.

A partir de ces équations, on détermine le champ électromagnétique dans une cavité électromagnétique parallélépipédique (figure A.1).

Conventionnellement, on choisit l'axe oz comme direction de propagation dans la cavité. Il existe deux types de mode : TE et TM . Les modes TE n'ont pas de composante électrique suivant la direction de propagation oz . De même, les modes TM n'ont pas de composante magnétique suivant oz . Les solutions de (A.5) et (A.6) dans la cavité sont appelées modes propres de la cavité.

En considérant que chaque composante électrique (ou magnétique) est le produit de trois fonctions dont chacune varie uniquement suivant un des trois axes, et en appliquant les lois des conditions aux limites dans la cavité [107], on a

— Mode TE : Transverse Électrique :

$$E_x(x, y, z) = \frac{j\omega\mu_0}{k_{mn}^2} k_n H_0 \cos(k_m x) \sin(k_n y) \sin(k_p z) \quad (\text{A.7})$$

$$E_y(x, y, z) = -\frac{j\omega\mu_0}{k_{mn}^2} k_m H_0 \sin(k_m x) \cos(k_n y) \sin(k_p z) \quad (\text{A.8})$$

$$E_z(x, y, z) = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$H_x(x, y, z) = -\frac{1}{k_{mn}^2} k_m k_p H_0 \sin(k_m x) \cos(k_n y) \cos(k_p z) \quad (\text{A.10})$$

$$H_y(x, y, z) = -\frac{1}{k_{mn}^2} k_n k_p H_0 \cos(k_m x) \sin(k_n y) \cos(k_p z) \quad (\text{A.11})$$

$$H_z(x, y, z) = H_0 \cos(k_m x) \cos(k_n y) \sin(k_p z) \quad (\text{A.12})$$

avec $\{m, n\} \in \mathbb{N}^2$ et $p \in \mathbb{N}^*$, m et n ne peuvent pas être nuls en même temps.

$$k_m = \left(\frac{m\pi}{W}\right), \quad k_n = \left(\frac{n\pi}{L}\right), \quad k_p = \left(\frac{p\pi}{H}\right) \quad \text{et} \quad k_{mn} = \sqrt{k_m^2 + k_n^2}$$

ω est la pulsation de l'onde dans la cavité.

$$\frac{\omega}{c_0} = \frac{2\pi f}{c_0} = k_{mnp} = \sqrt{k_m^2 + k_n^2 + k_p^2}$$

On en déduit la fréquence de résonance

$$f_{mnp} = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{k_m^2 + k_n^2 + k_p^2} \quad (\text{A.13})$$

— Mode TM : Transverse Magnétique

$$E_x(x, y, z) = -\frac{1}{k_{mn}^2} k_m k_p E_0 \cos(k_m x) \sin(k_n y) \sin(k_p z) \quad (\text{A.14})$$

$$E_y(x, y, z) = -\frac{1}{k_{mn}^2} k_n k_p E_0 \sin(k_m x) \cos(k_n y) \sin(k_p z) \quad (\text{A.15})$$

$$E_z(x, y, z) = E_0 \sin(k_m x) \sin(k_n y) \cos(k_p z) \quad (\text{A.16})$$

$$H_x(x, y, z) = \frac{j\omega\varepsilon_0}{k_{mn}^2} k_n E_0 \sin(k_m x) \cos(k_n y) \cos(k_p z) \quad (\text{A.17})$$

$$H_y(x, y, z) = -\frac{j\omega\varepsilon_0}{k_{mn}^2} k_m E_0 \cos(k_m x) \sin(k_n y) \cos(k_p z) \quad (\text{A.18})$$

$$H_z(x, y, z) = 0 \quad (\text{A.19})$$

avec $\{m, n\} \in \mathbb{N}_*^2$ et $p \in \mathbb{N}$.

La fréquence de résonance associée est également donnée par l'équation (A.13).

Annexe B

B.1 Perturbation

On considère une cavité électromagnétique vide de volume V_0 chargée par un objet de volume V_1 . Les champs dans la cavité à vide et chargée sont respectivement $\{E_0, H_0\}e^{j\omega_0 t}$ et $\{E_1, H_1\}e^{j\omega_1 t}$. Selon les équations de Maxwell, on a :

$$\nabla \times E_0 = -j\omega_0 B_0 \quad (\text{B.1})$$

$$\nabla \times H_1 = j\omega_1 D_1 \quad (\text{B.2})$$

La soustraction des produits scalaires de H_1 avec (B.1) et de E_0 avec (B.2) donne

$$H_1 \cdot (\nabla \times E_0) - E_0 \cdot (\nabla \times H_1) = -j\omega_0 H_1 \cdot B_0 - j\omega_1 E_0 \cdot D_1 \quad (\text{B.3})$$

Mais

$$\nabla \cdot (E_0 \times H_1) = H_1 \cdot (\nabla \times E_0) - E_0 \cdot (\nabla \times H_1) \quad (\text{B.4})$$

ce qui donne

$$\nabla \cdot (E_0 \times H_1) = -j\omega_0 H_1 \cdot B_0 - j\omega_1 E_0 \cdot D_1 \quad (\text{B.5})$$

L'intégration de (B.5) dans le volume de la cavité en utilisant le théorème de Gauss (B.6)

$$\iiint \nabla \cdot A \, dv = \iint A \cdot ds \quad (\text{B.6})$$

donne

$$\iint_S (E_0 \times H_1) \cdot ds = \iiint_V (-j\omega_0 H_1 \cdot B_0 - j\omega_1 E_0 \cdot D_1) \cdot dv \quad (\text{B.7})$$

avec S et V respectivement la surface et le volume de la cavité. Par le même raisonnement, on a

$$\iint_S (E_1 \times H_0) \cdot ds = \iiint_V (-j\omega_1 H_0 \cdot B_1 - j\omega_0 E_1 \cdot D_0) \cdot dv \quad (\text{B.8})$$

En considérant que les murs sont parfaitement conducteurs, le champ E y est normal et le champ H tangent. Le vecteur $E_{0,1} \times H_{0,1}$ est donc parallèle au plan de la surface S . Il s'en suit que les premiers membres de (B.7) et (B.8) sont nuls et, en égalisant leurs deux membres de droite, on a :

$$j\omega_0 \iiint_V (E_1 \cdot D_0 - H_1 \cdot B_0) \cdot dv = j\omega_1 \iiint_V (E_0 \cdot D_1 - H_0 \cdot B_1) \cdot dv \quad (\text{B.9})$$

On pose $\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$, l'équation (B.9) donne

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\iiint_V [(E_1 \cdot D_0 - E_0 \cdot D_1) - (H_1 \cdot B_0 - H_0 \cdot B_1)] \cdot dv}{\iiint_V (E_0 \cdot D_1 - H_0 \cdot B_1) \cdot dv} \quad (\text{B.10})$$

Jusqu'ici une seule approximation a été faite, celle selon laquelle les murs sont des conducteurs parfaits. Il n'y a donc pas de restriction ni sur la taille ni sur le matériau de l'objet perturbateur.

B.2 Approximation du premier ordre

On considère dès lors que E_1 peut s'écrire sous la forme $E_1 = E_0 + e$ et également pour les autres grandeurs de (B.10) d'indice 1. Les grandeurs e , d , h et b sont nulles en dehors du volume V_1 . L'intégrale du numérateur s'écrit alors :

$$\begin{aligned} I_{num} &= \iiint_V [(E_1 \cdot D_0 - E_0 \cdot D_1) - (H_1 \cdot B_0 - H_0 \cdot B_1)] \cdot dv \\ &= \iiint_V [(E_0 \cdot D_0 - E_0 \cdot D_1) - (H_0 \cdot B_0 - H_0 \cdot B_1)] \cdot dv \\ &\quad + \iiint_{V_1} [(e \cdot D_0 - E_0 \cdot d) - (h \cdot B_0 - H_0 \cdot b)] \cdot dv \\ &= \iiint_{V_1} [\varepsilon_0(1 - \varepsilon_r)e \cdot E_0 - \mu_0(1 - \mu_r)h \cdot H_0] \cdot dv \end{aligned}$$

On a alors

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\iiint_{V_1} [(e \cdot D_0 - E_0 \cdot d) - (h \cdot B_0 - H_0 \cdot b)] \cdot dv}{\iiint_V [(E_0 \cdot D_0 - H_0 \cdot B_0) + (E_0 \cdot d - H_0 \cdot b)] \cdot dv} \quad (\text{B.11})$$

Avec

$$d = \varepsilon_0 \varepsilon_r e,$$

$$b = \mu_0 \mu_r h,$$

$$D_0 = \varepsilon_0 E_0 \text{ et } B_0 = \mu_0 H_0$$

L'expression (B.11) devient :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\iiint_{V_1} [\varepsilon_0(1 - \varepsilon_r)e \cdot E_0 - \mu_0(1 - \mu_r)h \cdot H_0] dv}{\iiint_V [(E_0 \cdot D_0 - H_0 \cdot B_0) + (E_0 \cdot d - H_0 \cdot b)]. dv} \quad (\text{B.12})$$

Par convention, $E_0 = E_0^*$ et donc le champ magnétique du mode propre vérifie la relation $H_0 = -H_0^*$.

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\iiint_{V_1} [\varepsilon_0(1 - \varepsilon_r)e \cdot E_0 - \mu_0(1 - \mu_r)h \cdot H_0] dv}{\iiint_V [(E_0 \cdot \varepsilon_0 E_0^* + \mu_0 H_0 \cdot H_0^*) + (E_0 \cdot d - H_0 \cdot b)]. dv} \quad (\text{B.13})$$

C.1 Algorithme Multi Signal Classification (MUSIC) et Root-Music

C.1.1 MUSIC

Ces deux algorithmes utilisent la décomposition de la matrice de covariance des observations $X(\theta)$ montrée dans (4.15)) suivant :

$$R_{xx} = PDP^H = [P_s P_n] \begin{bmatrix} D_s & 0 \\ 0 & \sigma^2 I \end{bmatrix} [P_s P_n]^H \quad (\text{C.1})$$

où

- P_s est une matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres du *sous-espace signal*
- P_n est une matrice dont les colonnes sont les vecteurs du *sous-espace bruit*
- D_s est une matrice diagonale $(N - r) \times (N - r)$ dont les valeurs de la diagonale sont les valeurs propres de la matrice d'auto-corrélation R_{xx} .

Si $a(\theta)$ est un vecteur correspondant à un signal reçu sur le réseau d'antennes, alors $a(\theta)$ et P_n sont orthogonaux.

\Rightarrow

$$\begin{aligned} a(\theta)^H P_n &= 0 \\ a(\theta)^H P_n (a(\theta)^H P_n)^H &= 0 \\ a(\theta)^H P_n P_n^H a(\theta) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

A cause des erreurs de mesures (ou bruit), l'estimation de P_n n'est pas sans erreur et $a(\theta)$ et P_n ne sont pas précisément orthogonaux mais C.2 est très proche de 0. Son inverse est alors très grand. D'où le pseudo spectre MUSIC :

$$\Rightarrow P_{MUSIC} = \frac{1}{a(\theta)^H P_n P_n^H a(\theta)} \quad (\text{C.3})$$

Il convient de faire varier θ entre -90° et 90° pour trouver les différentes valeurs qui annulent C.2.

C.1.2 Root-MUSIC

Il est applicable uniquement pour les réseaux linéaires. Comparé à MUSIC, Il a l'avantage d'être efficace même avec un faible SNR .

$$\begin{aligned}
 Q &= P_n P_n^H \\
 \Rightarrow P_{MUSIC}^{-1} &= a(\theta)^H P_n P_n^H a(\theta) \\
 &= a(\theta)^H Q a(\theta)
 \end{aligned} \tag{C.4}$$

Le dénominateur peut s'écrire sous une forme de double somme :

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow P_{MUSIC}^{-1} &= \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} e^{-j2\pi p k d \sin \theta} Q_{kp} e^{j2\pi p d \sin \theta} \\
 &= \sum_{l=p-k=\text{constant}} Q_l e^{-j2\pi(p-k)d \sin \theta}
 \end{aligned} \tag{C.5}$$

Q_l est la somme de la $l^{ième}$ diagonale de la matrice Q . On définit le polynôme $D(z)$ suivant :

$$D(z) = \sum_{l=-N+1}^{N+1} Q_l z^{-1}$$

Ce polynôme est équivalent à l'évaluation de P_{MUSIC}^{-1} sur le cercle unitaire. Puisque on a r pics de P_{MUSIC}^{-1} , $D(z)$ admet r racines sur le cercle unitaire. Les autres racines sont ailleurs. Si $z_1 = s e^{j\Phi}$ est solution de $D(z)$ sur le cercle unitaire, alors

$$\Rightarrow s = 1$$

et

$$\theta = \arcsin \frac{\Phi}{2\pi d}$$

L'estimation des directions d'arrivée par Root-MUSIC se traduit par la recherche des racines d'un polynôme de degré $(2N + 1)$.

C.2 Lissage spatial

Malgré ses bonnes performances, l'algorithme MUSIC présente un inconvénient majeur : il ne peut pas estimer les directions d'arrivée de signaux corrélés. C'est pourquoi un lissage spatial est nécessaire. Il consiste à diviser le réseau de capteurs en plusieurs sous-réseaux de même taille. La matrice de covariance est la moyenne de celles de tous les sous réseaux. On considère un réseau linéaire de N antennes divisé en M sous-réseaux dont chacun contient $m = N - M + 1$ antennes (figure C.1).

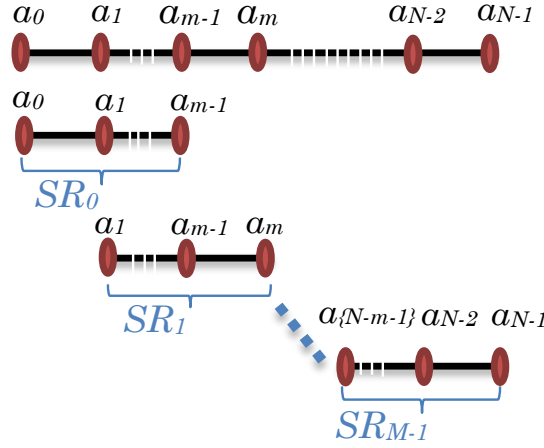


Figure C.1 – Subdivision du réseau d'antennes

La matrice d'auto-covariance du $i^{\text{ème}}$ sous-réseau formé par le vecteur observation X_i entre la $i^{\text{ème}}$ et la $(i + M - 1)^{\text{ème}}$ antenne est

$$R(i)_{xx} = X_i X_i^H, i \in [1, m] \quad (\text{C.6})$$

Le lissage se fait par la moyenne des $R(i)_{xx}$ suivante :

$$R_{xx}^{\text{lissée}} = \frac{\sum_{i=1}^{i=M} R(i)_{xx}}{M} \quad (\text{C.7})$$

Annexe D

D.1 Extraction des paramètres S : *Deembedding*

Les matrices $[S]$ et $[T]$ d'un quadripôle sont définies à partir des ondes de puissances a_i et b_i [108] :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$

et

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (\text{D.2})$$

En combinant les équations matricielles de (D.1) et (D.2), on trouve les égalités (D.3) et (D.4).

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{12} - \frac{S_{11}S_{22}}{S_{21}} & \frac{S_{11}}{S_{21}} \\ -\frac{S_{22}}{S_{21}} & \frac{1}{S_{21}} \end{bmatrix} \quad (\text{D.3})$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_{12}}{T_{22}} & T_{11} - \frac{T_{12}T_{21}}{T_{22}} \\ \frac{1}{T_{22}} & -\frac{T_{21}}{T_{22}} \end{bmatrix} \quad (\text{D.4})$$

Détermination de la matrice $[T]$ de deux réseaux en cascade :

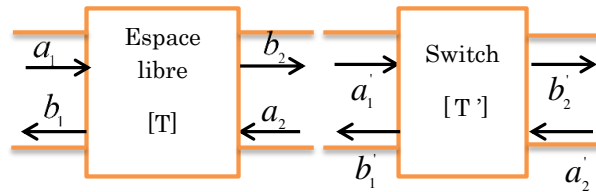


Figure D.1 – Deux quadripôles mis en cascade (câbles et espace libre).

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (\text{D.5})$$

et

$$\begin{bmatrix} b'_1 \\ a'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_2 \\ b'_2 \end{bmatrix} \quad (\text{D.6})$$

Comme

$$\begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b'_1 \\ a'_1 \end{bmatrix} \quad (\text{D.7})$$

alors,

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T'_{11} & T'_{12} \\ T'_{21} & T'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_2 \\ b'_2 \end{bmatrix} \quad (\text{D.8})$$

D'où la matrice de transfert totale correspondante est le produit des deux matrices mises en cascade.

Pour extraire la matrice T , on utilise la relation

$$[T] = [T_{Total}][T']^{-1} \quad (\text{D.9})$$

à condition que la matrice $[T']$ soit inversible (i.e $T_{11} T_{22} - T_{12} T_{21} \neq 0$)

E.1 Observation du recouvrement entre modes voisins dû à la perturbation par une antenne dipôle.

Les figures suivantes représentent l'évolution des coefficients de réflexion des deux modes au dessus de 924MHz lors du déplacement de l'antenne dipôle le long de la ligne d'observation.

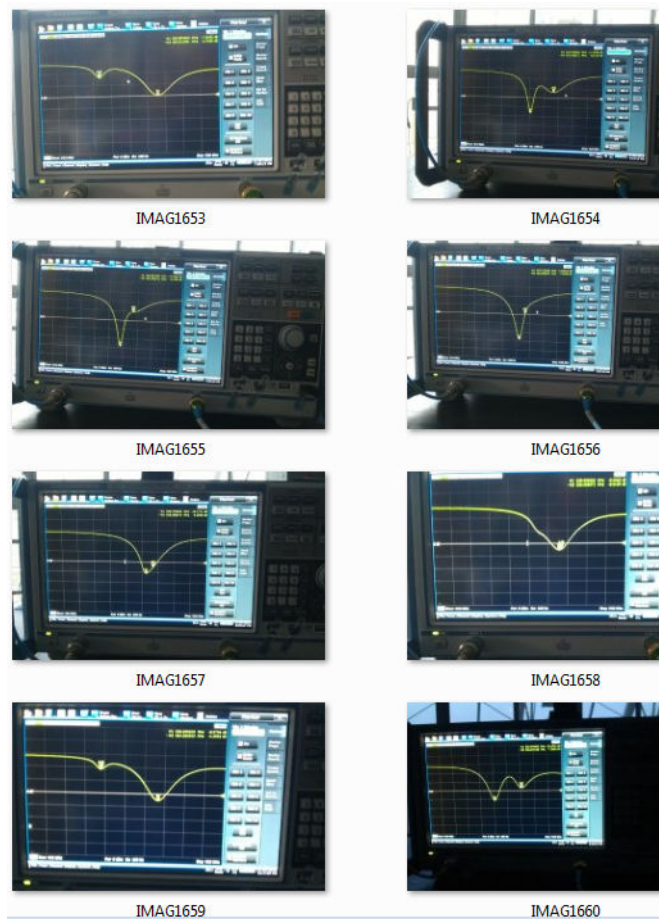


Figure E.1 – Évolution des coefficients de réflexion de modes observée lors du déplacement de l'antenne dipôle.

Table des figures

1.1	Chambre réverbérante à brassage de modes (CRBM)	13
1.2	CR en toile métallisée pour test d'immunité du cockpit [5].	13
1.3	Distribution spatiale du champ dans le plan (xOy) d'une cavité parallélépipédique en fonction du nombre de modes	14
1.4	Profil de puissance en fonction des retards des trajets multiples	16
1.5	Murs de la CR vide de conductivité σ	19
1.6	Nombres de modes cumulés obtenus à partir de (1.16) et par simulation sous HFSS pour $W \times L \times H = 0,785 \times 0,985 \times 0,995 \text{ m}^3$	22
1.7	Distribution des résonances observée sur $-S_{11}$	23
1.8	Chambre réverbérante utilisée pour les mesures.	23
1.9	Paramètre S_{11} de la CR mesuré à vide	24
1.10	Observation de S_{11} de la CR à vide et avec charge	25
1.11	Symétrisation de la CR pour les simulations des modes TE_{0np} : deux plans de symétrie situés à mi-hauteur et mi-largeur de la cavité.	26
1.12	Symétrisation de la CR pour le mode TE_{021} : (a) chambre entière sans symétries et (b) le quart de la chambre avec symétries	27
1.13	(a) Cavité avec cube métallique, (b) Cartographie de l'amplitude du champ élec- trique du mode TE_{061} dans le demi-plan ($x = 0, y \geq 0, z \geq 0$) avec le cube métallique entre $y = 6\text{cm}$ et $y = 6,4\text{cm}$, (c) E_x sur la ligne d'observation ($x = 0, z = 6\text{cm}$) pour la même position du cube.	28
1.14	Champs électriques observés sur trois lignes horizontales, à des distances du cube multiples de $\lambda_0/8 = 4\text{cm}$	29
1.15	Sonde de mesure miniature de chez <i>DARE Instruments</i> . Sa taille est de $(39\text{mm})^3$	30
1.16	Antenne dipôle. Vue de dessus (a) et vue de profil (b)	30
1.17	Coefficient de réflexion de l'antenne filaire mesuré en espace libre.	31
1.18	Décalage de fréquence entre théorie et mesure en fonction des incertitudes de mesure des dimensions de la CR	32
1.19	(a) Antenne, (b) Diagramme de rayonnement mesuré à $2,4\text{GHz}$ et (c) paramètre S_{11} mesuré en espace libre.	33

1.20	Système de test pour validation du mode à exciter	34
1.21	Schéma descriptif du système de mesure avec la cavité parallélépipédique.	35
1.22	Système de mesure générateur RF-CR-Bolomètre	36
1.23	Puissance mesurée à partir de l'antenne filaire dans la CR	36
1.24	Variation de l'amplitude normalisée du champ électrique et de la fréquence de résonance en fonction de la position de l'antenne dipôle. Comparaison des amplitudes normalisées du champ électrique théorique et mesurée.	37
1.25	Sonde utilisée pour les mesures du champ électrique.	39
1.26	Bille matérialisant la sonde dans la CR. Lignes d'observation parallèles à l'axe des y et situées dans le plan yoz à des distances de la bille de $0mm$, $12,75mm$, $17mm$ et à $34mm$	39
1.27	Composante E_x du champ électrique du mode TE_{021} observé à $0, 3r/4, r$ et $2r$ au-dessus de la bille placée en $y = L/4$ sur l'axe oy	40
1.28	Dispositif de mesure dans la chambre anéchoïde	40
1.29	Champ électrique simulé du mode TE_{061} sur la ligne d'observation (oy) pour un angle d'inclinaison α de cette ligne.	42
1.30	Champ électrique mesuré par la sonde dans la CR sur l'axe (oy).	43
2.1	(a), (b) et (c) : Tracés de x_a et x_p pour $\alpha = \{0, 0,5, 1\}$, $A = L_0$ et $\tau = 1s$ (d) : Différence $\delta(t, \alpha)$ entre solutions analytique et estimée par perturbation.	51
2.2	Objet diélectrique dans une cavité parallélépipédique.	52
2.3	Diélectrique sphérique plongé dans le vide où règne un champ \vec{E}_0	56
2.4	(a) :Lignes de champ magnétique autour d'une sphère de perméabilité $\mu_r > 1$.(b) : Champ externe \vec{H}_0 , champ interne \vec{H}_i et moment \vec{M} induits à l'intérieur de la sphère.	58
2.5	Induction magnétique créée par une spire.	58
2.6	Champ Magnétique créé au centre d'une sphère aimantée uniformément.	59
2.7	Cartographies des amplitudes des champs électrique et magnétique (a) et leurs densités d'énergie pour H_0 unitaire.	61
2.8	Champ électrique élémentaire.	64
2.9	Distribution du courant magnétique dans un cylindre soumis au champ H_0	67
2.10	Ellipsoïde de grand axe orienté parallèlement à (oz).	69
2.11	Facteurs de polarisation pour un champ orthogonal ou perpendiculaire à son axe principal.	71
2.12	Variation de R_p en fonction de la permittivité relative et du rapport axial β	72
2.13	Illustration de la correspondance ellipsoïde-cylindre.	72
2.14	Cavité étudiée à vide.	76
2.15	Variation de δf et r^3 en fonction du rayon pour une sphère en aluminium placée en $y = L/4$ (a) et $y = L/2$ (b).	77
2.16	Distribution dans le plan $z = 0$ du champ électrique autour du perturbateur centré en ($x = 0, y = 246mm, z = 0$).	79

2.17	Distribution du champ électrique dans le plan $z=0$ pour un perturbateur placé en $y = 76mm$	79
2.18	Distribution du champ électrique autour du perturbateur placé en $y = 38mm$. . .	80
2.19	Décalage de fréquence pour un perturbateur le long de la ligne ($x = W/2, z = H/2$). .	80
2.20	Distribution du champ électrique dans la cavité avec un perturbateur de rayon $r = 3mm$ et de hauteur $h = 30mm$ placé à $y = 76mm$	81
3.1	Schéma synoptique du système de mesure.	86
3.2	Antenne monopole imprimée (a) et coefficient de réflexion S_{11} dans la cavité (b). .	86
3.3	Cartographie 3D du premier mode (TE_{011}), (a) cavité vide, (b) cavité avec antenne monopole imprimée.	88
3.4	Décalage en fréquence mesuré par rapport à la fréquence de résonance à vide (a) et variation de l'amplitude normalisée de E_x (b) sur la ligne d'observation ($x = W/2, z = H/2$) du mode TE_{011}	88
3.5	Écart entre les composantes normalisées (théorique et mesurée) du champ électrique sur la ligne d'observation ($x = 0, z = 0$) pour le mode TE_{011}	89
3.6	Amplitudes normalisées des champs électrique et magnétique pour le mode TE_{021} sur l'axe ($x_0 = 0, z_0 = 0$).	89
3.7	Énergie des composantes électrique et magnétique du mode TE_{021} sur ($x_0 = 0, z_0 = 0$) pour $H_0 = 1A/m$	90
3.8	Décalage en fréquence simulé pour une sphère en aluminium placée le long de la ligne ($x_0 = 0, z_0 = 0$) pour différents rayons : 25mm et 15mm - Résultats de simulation.	90
3.9	Décalage en fréquence pour une sphère en aluminium placée le long de la ligne ($x_0 = 0, z_0 = 0$) pour différents rayons 9mm et 5mm - Résultats de simulation. .	91
3.10	Variations normalisées de $\sqrt{\delta f}$ pour des sphères en aluminium de différents rayons : $r=5mm, 9mm, 15mm$ et $25mm$ - Résultats de simulation.	91
3.11	Décalage en fréquence pour une sphère en aluminium placée le long de la ligne ($x_0 = 0, z_0 = 0$) pour différents rayons : 19 et 25mm - Simulations et mesures. . .	92
3.12	Décalage en fréquence pour une sphère en aluminium placée le long de la ligne ($x_0 = 0, z_0 = 0$) pour différents rayons : (a) 9 et (b) 15mm - Simulations et mesures. .	92
3.13	Champs obtenus par mesure et simulation avec deux sphères en aluminium (19mm et 25mm) et champ théorique.	94
3.14	Champs obtenus par mesure et simulation avec deux sphères en aluminium (9mm en (a) et 15mm en (b)) et champ théorique.	94
3.15	Cartographie du champ électrique dans le quart de la chambre.	95
3.16	Champ électromagnétique du mode TE_{061} obtenu le long de la ligne d'observation ($x_0 = 0, z_0 = 0$) (a) en simulant la cavité vide, (b) en mesure à l'aide d'un perturbateur sphérique en aluminium (rayon 12,5mm).	95
3.17	Simulations avec perturbateurs diélectriques de permittivité relative $\epsilon_r = 30$ placés à ($x_0 = 0, z_0 = 0$).	96

3.18	Perturbateurs diélectriques de rayons $r = 15mm$ et $r = 20mm$	97
3.19	Mesures avec perturbateur diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$ et de rayons $r = 15mm$ placé à $(x_0 = 0, z_0 = 0)$	97
3.20	Fréquences mesurées avec un perturbateur diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$ et de rayons $r = 20mm$ placé à $(x_0 = W/2, z_0 = H/2)$	98
3.21	Chambre avec perturbateur diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$ et de rayons $r = 20mm$ placé à $(x_0 = -W/2 + 10cm, z_0 = 0)$	98
3.22	Composantes et module du champ simulé le long de l'axe $(x_0 = 0, z_0 = 0)$	99
3.23	Décalages en fréquence δf pour le perturbateur diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$ et de rayon $r = 20mm$ placé à $(x_0 = -W/2 + 10cm, z_0 = 0)$ pour les mesures et à $(x_0 = 0, z_0 = 0)$ pour les simulations.	99
3.24	Amplitudes normalisées du champ électrique mesurées avec un perturbateur diélectrique de permittivité relative $\varepsilon_r = 30$ et de rayon $r = 20mm$ placé à $(x_0 = -W/2 + 10cm, z_0 = 0)$ pour les mesures et à $(x_0 = 0, z_0 = 0)$ pour les simulations.	100
3.25	Bille en coton imprégnée de l'eau.	100
3.26	Fréquences relevées tous les deux centimètres avec le perturbateur en coton mouillé.	101
3.27	Amplitude non normalisée du champ électrique extraite à l'aide du perturbateur en coton mouillé.	101
3.28	Fréquences relevées sur toutes les positions du perturbateur en coton mouillé.	102
3.29	Composantes électriques associées aux deux fréquences de résonance (f_{01} et f_{02}) de la chambre à vide simulée, vues à $(x_0 = W/4, z_0 = H/4)$	103
3.30	Composantes électriques associées aux deux fréquences de résonance (f_{01} et f_{02}) de la chambre à vide.	104
3.31	Observation fréquentielle autour de f_{01} et f_{02} du coefficient de réflexion mesuré S_{11} de la chambre sans corrugation mais en présence d'un perturbateur.	104
3.32	Cartographies des composantes électrique associées aux deux fréquences de résonance (f_{01} et f_{02}) de la chambre à vide avec corrugation.	105
3.33	(a) Décalage fréquentiel mesuré et (b) module de champ électrique normalisé du mode haut avec corrugation.	106
3.34	Cartographie du champ électrique dans la CR munie d'une corrugation à la fréquence f_{03}	106
3.35	Décalage en fréquence autour de f_{03} (a) et amplitude du champ normalisée mesurés sur la ligne située à $(x = 0, z = H/4)$ avec une sphère en aluminium de 15mm de rayon.	107
3.36	Champ mesuré sur une ligne d'observation placée au centre de la chambre avec un cylindre métallique de rayon 8mm et de hauteur 80mm.	107
3.37	Décalages en fréquences mesurés avec deux perturbateurs cylindriques en métal, respectivement de 1,925 mm et 8 mm de rayon et 11,07 cm et 80 mm de hauteur.	108
3.38	Amplitudes normalisées du champ électrique issues des mesures et théorique.	108

3.39	Champs électriques analytique et mesuré avec un perturbateur cylindrique de rayon $r = 1,925mm$ et de hauteur $h = 11,07cm$	109
3.40	Décalage fréquentiel pour un cylindre perturbateur orienté selon chaque axe et se déplaçant suivant $(x_0 = W/4, z = H/4)$, chambre à vide avec corrugation.	110
3.41	Amplitudes des composantes E_x et E_y pour le mode haut de fréquence f_{0_2} dans la CR avec corrugation.	111
3.42	Composantes électriques simulées du mode haut de fréquence f_{0_2} sur l'axe (oy) , cavité avec corrugation	111
3.43	Composantes électriques mesurées du mode haut f_{0_2} avec corrugation.	112
3.44	Composantes électriques du mode haut f_{0_2} normalisées.	112
3.45	Chambre avec brasseur : (a) vue 3D et (b) vue de dessous.	113
3.46	Module des champs électrique et magnétique simulés avec brasseur et sans perturbateur.	113
3.47	Champ électrique avec brasseur.	113
3.48	Composantes électrique et magnétique sur la ligne d'observation avec brasseur.	114
3.49	Vue de dessus (a) et tridimensionnelle (b) de la cavité avec tous les éléments.	115
3.50	Variations de fréquences en fonction de la position de la bille (a) et amplitudes normalisées des champs électriques (b).	115
3.51	Décalage de fréquences dû à la présence de la sonde dans la CR.	116
3.52	Champ électrique mesuré par la sonde sur une ligne d'observation inclinée.	117
3.53	Champ électrique mesurés par sonde au centre de la CR.	118
3.54	Décalage de fréquences de résonance sur le mode TE_{021} avec un perturbateur cylindrique en aluminium de rayon $R=1,925mm$ et une hauteur $h=11,07cm$	118
3.55	Décalage de fréquences de résonance sur le mode TE_{061} avec un perturbateur cylindrique en aluminium de rayon $R = 1,925mm$ et une hauteur $h=11,07cm$	119
3.56	Paramètre S_{11} et S_{12} mesurés autour du mode TE_{021}	120
3.57	Champs électriques mesurés par sonde et par perturbation avec un cylindre de rayon $R=1,925mm$ et de hauteur $h=11,07cm$ sur le mode TE_{021}	121
3.58	Vue de dessus de la chambre réverbérante.	122
3.59	Fréquences relevées sur le mode TE_{061} et son voisin (TE_{016}) avec comme perturbateur l'antenne dipôle.	123
4.1	Diagramme de rayonnement de l'antenne simulée sous HFSS	130
4.2	Propagation de la porteuse du signal $s(t)$ sur chaque antenne du réseau linéaire. D est la distance entre deux antennes voisines	130
4.3	Synoptique du dispositif de mesure en chambre anéchoïde	135
4.4	Pseudo-spectre MUSIC indiquant les directions d'arrivée des deux ondes planes en présence de bruit blanc	136
4.5	Directions d'arrivée de deux sources d'ondes planes non bruitées	137
4.6	Subdivision en blocs quadripolaires de paramètres S_{21} du dispositif de mesures	138

4.7	Paramètres S_{21} entre l'accès de l'antenne d'émission et les accès des 6 antennes de réception	139
4.8	Directions d'arrivée estimées par <i>MUSIC</i> et <i>Root - MUSIC</i>	139
4.9	Réseau d'antennes avec origine prise au milieu. Les directions d'arrivée rasantes correspondent à $\theta = \pm 90^\circ$	141
4.10	Borne de <i>Cramer - Rao</i> : (a) $var(\theta)$ en fonction de $\frac{\alpha^2}{\sigma^2}$ et N pour $d=0,5$ et $\theta = 0$, (b) $var(\theta)$ en fonction du nombre d'antennes N et de l'angle d'incidence θ pour $d=0,5$ et $\frac{\alpha^2}{\sigma^2} = 10^2$	144
4.11	Ondes dans les directions θ et $\theta - \pi$: onde progressive d'amplitude A et onde régressive d'amplitude A^*	145
4.12	Ondes planes symétriques.	146
4.13	Ondes planes sur la ligne d'observation.	147
4.14	Directions d'arrivée pour le mode TE_{021} observé au centre de la cavité vide à partir de données analytiques. Le pas varie aléatoirement entre $5cm \pm 5mm$. . .	148
4.15	Composantes électriques simulées du mode TE_{021} observées au centre de la cavité.	149
4.16	Directions d'arrivée pour le mode TE_{021} observées au centre de la cavité vide à partir de données analytiques et des résultats de simulation sous HFSS.	149
4.17	Écarts de fréquence observés avec un perturbateur diélectrique de forme sphérique et de rayon $r = 25mm$, placé au centre de la CR	149
4.18	Ligne d'observation sur la cartographie analytique du mode TE_{061}	150
4.19	Composantes électriques du mode TE_{061} observées sous HFSS au centre de la cavité	151
4.20	Directions d'arrivée pour le mode TE_{061} observé au centre de la cavité vide à partir de données analytiques et des résultats de simulation sous HFSS	151
4.21	Écart de fréquences observé avec un perturbateur diélectrique de forme cylindrique, de rayon $r = 3mm$ et de hauteur $h = 11cm$, placé au centre de la CR . . .	152
4.22	Directions d'arrivée pour le mode TE_{061} mesuré par perturbation au centre de la cavité avec perturbateur cylindrique de rayon $r = 3mm$ et de hauteur $h = 11cm$	152
4.23	Répartition du champ électrique dans la CR avec brasseur	152
4.24	Estimation du nombre de sources par les critères AIC et MDL du mode TE_{061} , de fréquence 923 MHz, observé au centre de la cavité vide	154
4.25	Composante E_x du champ électrique du mode TE_{061} observée au centre de la chambre avec brasseur, sur la ligne d'observation $\{x = 0, z = 0\}$	154
4.26	Directions d'arrivée du champ observé sur la ligne $\{x = 0, z = 0\}$, obtenues à partir de la composante électrique suivant x observée au centre de la chambre avec brasseur.	155
4.27	Champs électriques initial et reconstruit sur la ligne d'observation.	156
A.1	Cavité électromagnétique parallélépipédique	169
C.1	Subdivision du réseau d'antennes	179
D.1	Deux quadripôles mis en cascade (câbles et espace libre).	181

E.1 Évolution des coefficients de réflexion de modes observée lors du déplacement de l'antenne dipôle.	183
--	-----

Liste des tableaux

1.1	Fréquences de résonance des dix premiers modes propres de la CR normalisées par la fréquence du premier mode (TE_{011})	21
1.2	Caractéristiques techniques de la sonde PMM EP-600	41
2.1	Variation de $\delta f(Hz)$ en fonction du rayon pour une sphère diélectrique placée à $L/4$ et $L/2$	78
3.1	Plages de changement de signe de δf ($\delta f > 0$) - Résultats de simulation	92
3.2	Plages de changement de signe de δf	93
4.1	Propriétés du cas analytique choisi	136
4.2	Tableau récapitulatif des valeurs théoriques et estimées par MUSIC pour le signal synthétisé (en présence de bruit)	138
4.3	Directions d'arrivée et amplitude du champs électrique.	155

Bibliographie

- [1] P. Corona, G. Latmiral, E. Paolini, and L. Piccioli, "Use of a reverberating enclosure for measurements of radiated power in the microwave range," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. EMC-18, no. 2, pp. 54–59, may 1976.
- [2] M. Hatfield, M. Slocum, E. Godfrey, and G. Freyer, "Investigations to extend the lower frequency limit of reverberation chambers," in *Electromagnetic Compatibility, 1998. 1998 IEEE International Symposium on*, vol. 1, Aug 1998, pp. 20–23.
- [3] D. Hill, "Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 40, no. 3, pp. 209–217, Aug 1998.
- [4] CISPR/A and IEC SC 77B, IEC 61000-4-21, "Electromagnetic compatibility (emc)- part 4-21 : Testing and measurement techniques - reverberation chamber test methods," *International Electrotechnical Commission (IEC) International standard*.
- [5] [Lien visité le 19-Janvier-2012]. [Online]. Available : [http://www.hirf-se.eu/portal/sites/default/files/other/ModeStirredChambers\(ReverberationChambers\).pdf](http://www.hirf-se.eu/portal/sites/default/files/other/ModeStirredChambers(ReverberationChambers).pdf)
- [6] C. Holloway, D. Hill, J. Ladbury, G. Koepke, and R. Garzia, "Shielding effectiveness measurements of materials using nested reverberation chambers," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 2, pp. 350 – 356, may 2003.
- [7] B. Archambeault and J. Drewniak, *PCB Design for Real-World EMI Control*. Kluwer Academic Publishers Boston, MA, 2002.
- [8] K. Rosengren and P.-S. Kildal, "Study of distributions of modes and plane waves in reverberation chambers for the characterization of antennas in a multipath environment," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 30, no. 6, pp. 386–391, 2001. [Online]. Available : <http://dx.doi.org/10.1002/mop.1323>
- [9] J. Diepenbrock and B. Archambeault, "Cable emi shielding measurements using a reverberation chamber," in *Electromagnetic Compatibility (EMC), 2008 IEEE International Symposium on*, Aug. 2008, pp. 1 – 6.
- [10] J.B. Coder, J.M. Ladbury, M. Golkowski, "On lower bound antenna efficiency measurements in a reverberation chamber," in *Electromagnetic Compatibility (EMC), 2012 IEEE International Symposium on*, Aug. 2012, pp. 216 – 221.

-
- [11] A. Gifuni, "On the measurement of the absorption cross section and material reflectivity in a reverberation chamber," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 51, no. 4, pp. 1047 – 1050, Nov. 2009.
 - [12] C. Holloway, D. Hill, J. Ladbury, P. Wilson, G. Koepke, and J. Coder, "On the use of reverberation chambers to simulate a rician radio environment for the testing of wireless devices," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 11, pp. 3167–3177, nov. 2006.
 - [13] E. Genender, C. Holloway, K. Remley, J. Ladbury, G. Koepke, and H. Garbe, "Use of reverberation chamber to simulate the power delay profile of a wireless environment," in *Electromagnetic Compatibility - EMC Europe, 2008 International Symposium on*, sept. 2008, pp. 1 –6.
 - [14] O. Delangre, "Caractérisation et modélisation du canal radio en chambre réverbérante," Ph.D. dissertation, Université Libre de Bruxelles, Oct. 2008.
 - [15] P. Shankar, *Introduction to Wireless Systems*, 2002.
 - [16] S. Stein, "Fading channel issues in system engineering," *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 5, no. 2, pp. 68 – 89, feb 1987.
 - [17] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of Wireless Communication*, ser. Wiley series in telecommunications. Cambridge University Press, pp. 33, 2005.
 - [18] J. Frolik, T. Weller, S. DiStasi, and J. Cooper, "A compact reverberation chamber for hyper-rayleigh channel emulation," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 12, pp. 3962 –3968, dec. 2009.
 - [19] P. B. C. Lemoine, E. Amador, "Improved estimation of the k-factor for rician channels emulation in a reverberation chamber," in *Antennas and Propagation (EuCAP), 2010 Proceedings of the Fourth European Conference on*, April 2010, pp. 1–5.
 - [20] D. A. Hill, *Electromagnetic Fields in Cavity Deterministic and Statistical Theories*. John Wiley & Sons, New Jersey, 2009, pp. 18–20.
 - [21] E. Jordan and K. Balmain, *Electromagnetic waves and radiating systems*, 2nd ed., ser. Prentice-Hall electrical engineering series. Prentice-Hall electrical engineering series, June pp. 272-273, 1968.
 - [22] L. R. Arnaut and G. Gradoni, "Probability distribution of the quality factor of a mode-stirred reverberation chamber," 2012.
 - [23] D. Hill, M. Ma, A. Ondrejka, B. Riddle, M. Crawford, and R. Johnk, "Aperture excitation of electrically large, lossy cavities," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 36, no. 3, pp. 169–178, Aug 1994.
 - [24] U.S. Army Materiel Development and Readiness Command, *Engineering Design Handbook : Electromagnetic Compatibility*, ser. DARCOM pamphlet. United States Army Materiel Development and Readiness Command, pp. 211, 1977.
-

-
- [25] M. Nasserddine and E. Richalot, "Field measurements within a reverberation chamber based on the perturbation theory," in *Antennas and Propagation (EUCAP), Proceedings of the 5th European Conference on*, april 2011, pp. 1748 –1752.
 - [26] L. Arnaut, "Effect of local stir and spatial averaging on measurement and testing in mode-tuned and mode-stirred reverberation chambers," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 3, pp. 305 –325, aug 2001.
 - [27] C. Lemoine, P. Besnier, and M. Drissi, "Effet of the size of the antenna on measurements distribution in reverberation chamber," in *Electromagnetic Compatibility, 2007. EMC Zurich 2007. 18th International Zurich Symposium on*, 2007, pp. 461–464.
 - [28] C. Monteverde, G.H. Koepke, C.L. Holloway, J.M. Ladbury, "Source stirring technique for reverberation chambers ; experimental investigation," in *Electromagnetic Compatibility (EMC Europe), 2008 International Symposium on*, Sept. 2008, pp. 1 – 6.
 - [29] R. Justice and V. Rumsey, "Measurement of electric field distributions," *Antennas and Propagation, IRE Transactions on*, vol. 3, no. 4, pp. 177–180, October 1955.
 - [30] T. Tice and J. Richmond, "Probes for microwave near-field measurements," *Microwave Theory and Techniques, IRE Transactions on*, vol. 3, no. 3, pp. 32–34, April 1955.
 - [31] J.-C. Bolomey and F. E. Gardiol, *Engineering applications of the modulated scatterer technique*. Artech House, 2001.
 - [32] H. Memarzadeh-Tehran, J. Laurin, and R. Kashyap, "Optically modulated probe for precision near-field measurements," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 59, no. 10, pp. 2755–2762, Oct 2010.
 - [33] M. Abou-Khousa, M. Ghasr, S. Kharkovsky, D. Pommerenke, and R. Zoughi, "Modulated elliptical slot antenna for electric field mapping and microwave imaging," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 59, no. 3, pp. 733–741, March 2011.
 - [34] K. Rosengren, P.-S. Kildal, C. Carlsson, and J. Carlsson, "Characterization of antennas for mobile and wireless terminals in reverberation chambers : Improved accuracy by platform stirring," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 30, no. 6, pp. 391–397, 2001.
 - [35] SZ.-NAGY, "Perturbations des transformations autoadjointes dans l'espace de hilbert," pp. 347–366, 2 edition, June 1946.
 - [36] R. Lord, in *The theory of Sound*, vol. I, London, 1927, pp. 90–91.
 - [37] H. Poincaré, "Leçons de mécanique céleste, tome 1," 1905.
 - [38] R. Johnson, "Singular perturbation theory : Mathematical and analytical techniques with applications to engineering," *Springer, Second Edition*.
 - [39] K.S.Champlin and R.R.Krongard, "The measurement of conductivity and permittivity of semiconductor spheres by an extension of the cavity perturbation method," Nov. 1961.
 - [40] R. Waldron, "Perturbation theory of resonant cavities," *Proceedings of the IEE - Part C : Monographs*, vol. 107, no. 12, pp. 272 –274, september 1960.
-

-
- [41] J. Vanderlinde, "Field strength measurements in resonant cavities," *Springer, Second Edition*, vol. Vol. 145, no. 1, pp. pp 166–185, 2005.
 - [42] B. Meng, J. Booske, and R. Cooper, "Extended cavity perturbation technique to determine the complex permittivity of dielectric materials," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 11, pp. 2633–2636, Nov 1995.
 - [43] A. Technologies, in *Basics of Measuring the Dielectric Properties of Materials, Application Note*, Juin pp. 25-27, 2006.
 - [44] L. Chen, C. Ong, and B. Tan, "Amendment of cavity perturbation method for permittivity measurement of extremely low-loss dielectrics," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 6, pp. 1031–1037, 1999.
 - [45] —, "Cavity perturbation technique for the measurement of permittivity tensor of uniaxially anisotropic dielectrics," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 6, pp. 1023–1030, 1999.
 - [46] J. Sheen, "Amendment of cavity perturbation technique for loss tangent measurement at microwave frequencies," in *Antennas, Propagation EM Theory, 2006. ISAPE '06. 7th International Symposium on*, oct. 2006, pp. 1–3.
 - [47] J. C. Slater, "Microwave electronics," *Reviews of Modern Physics*, vol. 18, no. 4, p. 441, 1946.
 - [48] I. Hefni, "Measurements of field strength on resonator boundaries by perturbation of radiation field," in *PGMTT National Symposium Digest*, vol. 62, no. 1, may 1962, pp. 18–19.
 - [49] J. Sheen, "Microwave measurements of dielectric properties using a closed cylindrical cavity dielectric resonator," *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, vol. 14, no. 5, pp. 1139–1144, october 2007.
 - [50] K.-C. Kao, *Dielectric Phenomena in Solids : With Emphasis on Physical Concepts of Electronic Processes*, ser. Referex Engineering. Academic Press Elsevier, pp. 80, 2004.
 - [51] J. V. Bladel, *Electromagnetic Fields, Second Edition*, 2nd ed. New York : John Wiley IEEE Press, pp. 251, 2007.
 - [52] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd ed. John Wiley & sons, 1999.
 - [53] B. R. Archambeault, *PCB Design for Real-world EMI Control*. Kluwer Academic Publishers, 2002, no. ISBN-13 : 978-1402071300. [Online]. Available : <http://books.google.com/books?id=erQ7dXXIpBoC>
 - [54] J. Stratton, *Electromagnetic theory*, ser. International series in pure and applied physics. McGraw-Hill book company, inc., pp. 243, 1941.
 - [55] R. Joseph, "Ballistic demagnetizing factor in uniformly magnetized cylinders," *Journal of applied physics*, vol. 37, no. 13, pp. 4639–4643, 2004.
 - [56] M. Kobayashi and Y. Ishikawa, "Surface magnetic charge distributions and demagnetizing factors of circular cylinders," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 28, no. 3, pp. 1810–1814, May 1992.
-

-
- [57] D.-X. Chen, J. Brug, and R. B. Goldfarb, "Demagnetizing factors for cylinders," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 27, no. 4, pp. 3601–3619, Jul 1991.
 - [58] H. Braunisch, C. Ao, K. O'Neill, and J. Kong, "Magnetoquasistatic response of conducting and permeable prolate spheroid under axial excitation," *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 12, pp. 2689–2701, Dec 2001.
 - [59] E. Spencer, R. Lecraw, and F. Reggia, "Measurement of microwave dielectric constants and tensor permeabilities of ferrite spheres," *Proceedings of the IRE*, vol. 44, no. 6, pp. 790–800, June 1956.
 - [60] L. C. Maier and J. C. Slater, "Field strength measurements in resonant cavities," *Journal of Applied Physics*, vol. 23, no. 1, pp. 68–77, Jan 1952.
 - [61] C. Scaglia, "Field-strength measurements in resonant cavities by perturbation theory," *Electronics Letters*, vol. 1, no. 7, pp. 200–201, September 1965.
 - [62] D. Laurent, O. Legrand, P. Sebbah, C. Vanneste, and F. Mortessagne, "Localized modes in a finite-size open disordered microwave cavity," *Physical review letters*, vol. 99, no. 25, p. 253902, 2007.
 - [63] U. Kuhl, E. Persson, M. Barth, and H.-J. Stöckmann, "Mixing of wavefunctions in rectangular microwave billiards," *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, vol. 17, no. 2, pp. 253–259, 2000. [Online]. Available : <http://dx.doi.org/10.1007/s100510070139>
 - [64] U. Dörr, H.-J. Stöckmann, M. Barth, and U. Kuhl, "Scarred and chaotic field distributions in a three-dimensional Sinai-microwave resonator," *Physical review letters*, vol. 80, no. 5, pp. 1030–1033, Feb 1998.
 - [65] S. Ghosh, A. Mandal, S. Seth, and S. Som, "Bead-pull Measurement using Phase-Shift Technique in Multi-cell Elliptical Cavity," *Conf.Proc.*, vol. C110904, pp. 280–282, 2011.
 - [66] L. C. Maier and J. C. Slater, "Determination of field strength in a linear accelerator cavity," *Journal of Applied Physics*, vol. 23, no. 1, pp. 78–83, Jan 1952.
 - [67] G. Orjubin and M.-F. Wong, "Experimental determination of the higher electric field level inside an overmoded reverberation chamber using the generalized extreme value distribution," *annals of telecommunications-Annales des télécommunications*, vol. 66, no. 7-8, pp. 457–464, 2011.
 - [68] U. Kuhl, R. Höhmann, J. Main, and H.-J. Stöckmann, "Resonance widths in open microwave cavities studied by harmonic inversion," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, p. 254101, Jun 2008.
 - [69] S. Grivet-Talocia and M. Bandinu, "Improving the convergence of vector fitting for equivalent circuit extraction from noisy frequency responses," *Electromagnetic Compatibility, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 1, pp. 104–120, Feb 2006.
 - [70] N. Kamel, "Etude des directions d'arrivée du rayonnement dans une chambre réverbérante," Ph.D. dissertation, École Doctorale Mathématiques et Sciences et Technologies de
-

l'Information et de la Communication (MSTIC), Université Paris-Est Marne-la-vallée, Dec 2009.

- [71] F. Gross, "Smart antennas for wireless communications, chap. 7," *MacGraw-Hill*, p. 169, 2005.
- [72] H. Hashemi, "The indoor radio propagation channel," *Proceedings of the IEEE*, vol. 81, no. 7, pp. 943–968, jul 1993.
- [73] I. Tas and C. Latombe, "Détection multiple par les valeurs propres de la matrice spectrale," *Traitement de Signal*, vol. 3, no. 2, pp. 79–90, 1986.
- [74] G. M. R. de Prony, "Essai expérimental et analytique : sur les lois de la dilatabilité de fluides élastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur de l'eau et de la vapeur de l'alcool à différentes températures," *Journal de l'école Polytechnique*, vol. 1, pp. 24–76, 1795.
- [75] V. F. Pisarenko, "The retrieval of harmonics from a covariance function," *Geophysical J. Royal Astron.*, vol. 33, no. 3, pp. 347–366, 1973.
- [76] A. Barabell, "Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms," in *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP '83.*, vol. 8, apr 1983, pp. 336 – 339.
- [77] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 3, pp. 276 – 280, mar 1986.
- [78] G. G. Zhizhang (David) Chen and Y. Yu, "Introduction to direction-of-arrival estimation," *Artech House Signal Processing Library*, p. 69, 2010.
- [79] C. P. Mathews and M. D. Zoltowski, "Beamspace esprit for multi-source arrival angle estimation employing tapered windows," in *Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), 2002 IEEE International Conference on*, vol. 3, may 2002, pp. III–3009 – III–3012.
- [80] R. Roy and T. Kailath, "Esprit-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 37, no. 7, pp. 984 – 995, jul 1989.
- [81] M. Zoltowski, M. Haardt, and C. Mathews, "Closed-form 2-d angle estimation with rectangular arrays in element space or beamspace via unitary esprit," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 2, pp. 316 – 328, feb 1996.
- [82] C. P. Mathews and M. D. Zoltowski, "Beamspace esprit for multi-source arrival angle estimation employing tapered windows," in *Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), 2002 IEEE International Conference on*, vol. 3, may 2002, pp. III–3009 – III–3012.
- [83] R. Kumaresan and D. Tufts, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, vol. AES-19, no. 1, pp. 134 – 139, jan. 1983.

-
- [84] R. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 34, no. 3, pp. 276–280, Mar 1986.
 - [85] H. Saarnisaari, "Robustness of the music algorithm to errors in estimation of the dimensions of the subspaces : delay estimation in ds/ss in the presence of interference," in *Military Communications Conference Proceedings, 1999. MILCOM 1999. IEEE*, vol. 2, 1999, pp. 851–854 vol.2.
 - [86] A. Swindlehurst, B. Otterstein, and T. Kailath, "An analysis of music and root-music in the presence of sensor perturbations," in *Signals, Systems and Computers, 1989. Twenty-Third Asilomar Conference on*, vol. 2, 1989, pp. 930–934.
 - [87] H. Lee and M. Wengrovitz, "Resolution threshold of beamspace music for two closely spaced emitters," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 38, no. 9, pp. 1545 –1559, sep 1990.
 - [88] L. Godara, "Application of antenna arrays to mobile communications. ii. beam-forming and direction-of-arrival considerations," *Proceedings of the IEEE*, vol. 85, no. 8, pp. 1195 –1245, aug 1997.
 - [89] B. Rao and K. Hari, "Performance analysis of root-music," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 37, no. 12, pp. 1939 –1949, dec 1989.
 - [90] P. Charge and Y. Wang, "A root-music-like direction finding method for cyclostationary signals," in *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2004. Proceedings. (ICASSP '04). IEEE International Conference on*, vol. 2, may 2004, pp. ii – 225–8 vol.2.
 - [91] M. Zoltowski, G. Kautz, and S. Silverstein, "Beamspace root-music," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 41, no. 1, p. 344, jan 1993.
 - [92] H. Krim and M. Viberg, "Two decades of array signal processing research : the parametric approach," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 13, no. 4, pp. 67 –94, jul 1996.
 - [93] J. Goldstein and I. Reed, "Reduced-rank adaptive filtering," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 2, pp. 492 –496, feb 1997.
 - [94] P. Strobach, "Fast recursive low-rank linear prediction frequency estimation algorithms," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 4, pp. 834 –847, apr 1996.
 - [95] L. Godara, "Limitations and capabilities of directions-of-arrival estimation techniques using an array of antennas : a mobile communications perspective," in *Phased Array Systems and Technology, 1996., IEEE International Symposium on*, oct 1996, pp. 327 –333.
 - [96] T.-J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 33, no. 4, pp. 806 – 811, aug 1985.
 - [97] G. Blanchet and M. Charbit, "Digital signal and image processing using matlab," *ISTE*, pp. 393–399, 2006.
 - [98] R. Roy and T. Kailath, "Esprit-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 37, no. 7, pp. 984–995, Jul 1989.
-

-
- [99] H. Cramer, "Mathematical methods of statistics," *Princeton University Press*, p. 169, 1946.
- [100] J. Francos and B. Friedlander, "Bounds for estimation of complex exponentials in unknown colored noise," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 43, no. 9, pp. 2176 –2185, sep 1995.
- [101] P. Stoica and N. Arye, "Music, maximum likelihood, and cramer-rao bound," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 37, no. 5, pp. 720 –741, may 1989.
- [102] R. Zekavat and R. Buehrer, "Handbook of position location : Theory, practice and advances," *IEEE Series on Digital & Mobile Communication*, pp.25 - 31, 2011.
- [103] H. Nguyen and H. Van Trees, "Comparison of performance bounds for doa estimation," in *Statistical Signal and Array Processing., IEEE Seventh SP Workshop on*, Jun 1994, pp. 313–316.
- [104] A. S. S. Kikuchi, H. Tsuji, "air-matching method for estimating 2d-angle of arrival with a cross-correlation matrix," *IEEE Antennas and Wireless propagation letters*, vol. 5, no. 4, pp. 35 –40, aug 2006.
- [105] H. Akaike, "A new look at the statistical model identification," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 19, no. 6, pp. 716 – 723, dec 1974.
- [106] J. Rissanen, "Modeling by the shortest data description," *Automatica*, vol. 14, pp. 465 – 471, dec 1978.
- [107] K. David, "Field and wave electromagnetics," *Addison-Wesley Publishing Compagny*, vol. 2, pp. 503 –504, 1983.
- [108] J. F.White, "High frequency techniques, an introduction to rf microwave engineering," *Wiley*, p. 178, jan 2004.

Résumé:

Ce travail porte sur les techniques de mesure des champs en cavité électromagnétique et plus précisément en chambre réverbérante. En raison de la perturbation induite sur la distribution du champ au sein d'une cavité résonante par la présence d'un objet, les techniques de mesure de champ classiques utilisant une antenne souffrent d'une précision limitée. Par conséquent, nous proposons une nouvelle technique de mesure de la distribution du champ électrique basée sur la théorie des perturbations. Elle consiste à mesurer les variations de la fréquence de résonance de la cavité pour chaque position de l'élément perturbateur introduit dans la cavité, puis à en déduire la variation de l'amplitude du champ électrique. Le choix de la forme de l'objet perturbateur, de ses dimensions et de son matériau constitutif est effectué à partir des résultats des simulations et des mesures dans un cas canonique, de façon à adapter le banc de mesure au cas étudié. Cette technique de mesure est ensuite appliquée avec succès au cas d'une chambre réverbérante équipée d'un brasseur de modes, ainsi qu'à des mesures de champ à l'intérieur d'un boîtier inséré dans la cavité. Cette approche a permis, via un post-traitement basé sur l'utilisation de l'algorithme *MUSIC*, de déterminer avec une grande précision les directions d'arrivée des champs dans la chambre réverbérante.

Mots clés: *Chambre réverbérante, fréquence de résonance, Mesure de Champ, Théorie des perturbations, Directions d'arrivée.*

Abstract:

This work deals with field measurement techniques in large electromagnetic enclosures namely reverberation chambers. Due to the perturbation of the field distribution within a resonant cavity due to the presence of an introduced object, conventional field measurement techniques employing an antenna suffer from a limited accuracy. Therefore we propose a new measurement technique of the electric field distribution based on the perturbation theory; it consists of a measure of the cavity resonant frequency variation when displacing a small perturbing object within the cavity, and leads to the electric field distribution. The choice of the perturbing object shape, dimension and material is discussed with the help of simulation and measurement results in a canonical case in order to adapt the measurement setup to the studied case. This technique is then successfully employed in a reverberation chamber equipped with a mode stirrer, as well as to measure the field within a metallic box placed in the cavity. Using a post-processing based on MUSIC algorithm, this approach has permitted to determine accurately the field directions-of-arrival in the reverberation chamber.

Keywords: *Reverberation chamber, Resonant frequency, Field measurement, Perturbation theory, Directions-of-arrival.*